



TUGAS AKHIR - SM141501

PENENTUAN *RETURN LEVEL* PENDEKATAN *PEAKS OVER TRHESHOLD* (POT) DENGAN MODEL BAYESIAN HIRARKI (MBH) CURAH HUJAN EKSTRIM DAERAH ALIRAN SUNGAI (DAS) BRANTAS DI KABUPATEN NGANJUK

RETNO PALUPI
NRP 1213 100 075

Dosen Pembimbing
Drs. Soehardjoepri, M.Si
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017



FINAL PROJECT - SM141501

**DETERMINING *RETURN LEVEL* FOR PEAKS OVER
THRESHOLD (POT) APPROACH WITH BAYESIAN
HIERARCHICAL MODEL (MBH) OF EXTREME RAINFALL IN
THE RIVER BASIN OF BRANTAS IN NGANJUK**

**RETNO PALUPI
NRP 1213 100 075**

**Supervisors
Drs. Soehardjoepri, M.Si
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS**

**DEPARTMEN OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Naturan Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2017**

LEMBAR PENGESAHAN

PENENTUAN *RETURN LEVEL* PENDEKATAN *PEAKS OVER THRESHOLD* (POT) DENGAN MODEL BAYESIAN HIRARKI (MBH) CURAH HUJAN EKSTREM DAERAH ALIRAN SUNGAI (DAS) BRANTAS DI KABUPATEN NGANJUK

DETERMINING RETURN LEVEL FOR PEAKS OVER THRESHOLD (POT) APPROACH WITH BAYESIAN HIERARCHICAL MODEL (MBH) OF EXTREME RAINFALL IN THE RIVER BASIN OF BRANTAS IN NGANJUK

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
Sarjana Sains pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

RETNO PALUPI
NRP. 1213 100 075

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
NIP. 19540817 198103 2 003

Dosen Pembimbing I,

Drs. Soehardjoepri, M.Si
NIP. 19620504 198701 1 001

Mengetahui,

Kepala Departemen Matematika
FMIPA ITS

Dr. Imami Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2017



**PENENTUAN *RETURN LEVEL* PENDEKATAN
PEAKS OVER TRHESHOLD (POT) DENGAN MODEL
BAYESIAN HIRARKI (MBH) CURAH HUJAN
EKSTRIM DAERAH ALIRAN SUNGAI (DAS)
BRANTAS DI KABUPATEN NGANJUK**

Nama : Retno Palupi
NRP : 1213 100 075
Jurusan : Matematika
Dosen Pembimbing : Drs. Soehardjoepri, M.Si
Dra.Farida Agustini Widjajati, MS

ABSTRAK

Curah hujan ekstrim merupakan kondisi curah hujan yang sangat tinggi atau sangat rendah. Salah satu ilmu yang mempelajari kejadian ekstrim adalah pendekatan POT dengan pola distribusi mengikuti GPD. Pada penulisan Tugas Akhir ini identifikasi curah hujan ekstrim di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk dilakukan dengan pendekatan POT. Selanjutnya estimasi parameter GPD dilakukan menggunakan MBH, distribusi prior yang digunakan dalam penelitian ini adalah *conjugat prior*. Hasil data curah hujan ekstrim dan hasil estimasi parameter GPD digunakan dalam perhitungan prediksi *retun level* curah hujan ekstrim dalam beberapa periode waktu ke depan di lima pos hujan DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk yang diamati. Nilai *return level* terbesar untuk semua periode terletak pada Pos Hujan Tempuran yang masing-masing berilai 94,30 mm, 172,57 mm, dan 250,90 mm.

Kata Kunci : Curah Hujan Ekstrim, POT, MBH, Return Level

**DETERMINING *RETURN LEVEL* FOR PEAKS OVER
THRESHOLD (POT) APPROACH WITH BAYESIAN
HIERARCHICAL MODEL (MBH) OF EXTREME
RAINFALL IN THE RIVER BASIN OF BRANTAS IN
NGANJUK**

Name of Student : Retno Palupi
NRP : 1213 100 075
Department : Mathematics
Supervisor : Drs. Soehardjoepri, M.Si
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS

ABSTRACT

Extreme rainfall is a very high or very low rainfall condition. One of the sciences studying extreme events is the POT approach with the distribution pattern following the GPD. In this Final Project identification of extreme rainfall in Brantas watershed in Nganjuk District is done by POT approach. Than the estimation of GPD parameters is done using, the prior distribution used in this study is conjugate prior. The results of extreme rainfall data and GPD parameters estimation results are used in the calculation of return prediction of extreme rainfall levels in some future periods in five Brantas River Basin posts in Nganjuk District observed. The largest return level for all periods lies in Tempuran Rainfall which are respectively 94,30 mm, 172,57 mm, and 250,90 mm.

Keyword : Extreme Rainfall, POT, MBH, Return Level

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb

Alhamdulillahirobbilalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Penentuan Return Level Pendekatan Peaks Over Threshold (POT) dengan Model Bayesian Hirarki (MBH) Curah Hujan Ekstrem Daerah Aliran Sungai (DAS) Brantas di Kabupaten Nganjuk” yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.Si selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
2. Drs. Soehardjoepri, M.Si dan Dra. Farida Agustini Widjajati, MS selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat selesai dengan baik.
3. Endah Rochmati, S.Si, MT, Drs. Iis Herisman, M.Si, dan Prof. Dr. Dra. Erna Apriliani, M.Si selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran demi perbaikan Tugas Akhir.
4. Sunarsini, S.Si, M.Si selaku Dosen Wali yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.

5. Seluruh jajaran dosen dan staf jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
6. Bapak, Ibu, Willdan dan seluruh keluarga penulis yang tidak hentinya memberikan dukungan secara moral dan materiil serta doa untuk kesuksesan penulis
7. Sahabat penulis, Nura Hajar, Putri Saraswati, Siti Nur Afifah, Ayu Aprilia, dan Winny Putri terima kasih karena selalu memberikan semangat, dukungan, dan memberikan doa-doa terbaik untuk penulis serta teman-teman lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu oleh penulis, terima kasih atas dukungan dan doa yang diberikan.
8. Jupita Sari dan Widya Arya yang telah membagi ilmunya kepada penulis yang membantu selama penulisan Tugas Akhir ini.
9. Teman-teman Matematika ITS 2013 yang telah memberikan banyak cerita selama kuliah.
10. Banyak pihak yang tidak dapat ditulis satu persatu oleh penulis yang telah membantu selama penulisan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.
Wassalamualaikum Wr. Wb.

Surabaya, 21 Juni 2017

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
<i>TITLE PAGE</i>	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
<i>ABSTRACT</i>	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
DAFTAR SIMBOL	xix
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan	5
1.5 Manfaat	5
1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir	5
 BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Curah Hujan Ekstrim	8
2.3 Pra-Pemrosesan Data	9
2.4 <i>Extreme Value Theory</i> (EVT)	9
2.5 <i>Peaks Over Threshold</i> (POT)	9
2.6 Penentuan Nilai <i>Threshold</i>	13
2.7 Pengujian Kesesuaian Distribusi	15
2.8 Metode Bayesian	16
2.8.1 Fungsi <i>Likelihood</i>	17

2.8.2 Distribusi Prior	17
2.8.3 Distribusi Posterior.....	19
2.8.4 <i>Marcov Chain Monte Carlo</i> (MCMC)	20
2.8.5 <i>Gibbs Sampling</i>	20
2.9 Model Bayesian Hirarki (MBH)	20
2.10 <i>Return Level</i>	22
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	25
3.2 Langkah Pengerjaan	25
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
4.1 Penentuan Curah Hujan Ekstrim dengan POT	29
4.2 Estimasi Parameter GPD dan Prediksi <i>Return Level</i> .	42
4.2.1 Penentuan Fungsi <i>Likelihood</i>	43
4.2.2 Penentuan Distribusi Prior <i>Conjugat</i> GPD.....	43
4.2.3 Penentuan Distribusi Posterior	46
4.2.4 Estimasi Parameter GPD.....	47
4.2.5 Penentuan <i>Return Level</i>	53
BAB V PENUTUP	
5.1 Kesimpulan	55
5.2 Saran	56
DAFTAR PUSTAKA	57
LAMPIRAN	61
BIODATA PENULIS	89

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Curah Hujan	
Bulanan (mm)	30
Tabel 4.2 <i>Skewness</i>	32
Tabel 4.3 Hasil Uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	35
Tabel 4.4 Nilai <i>Threshold</i>	39
Tabel 4.5 Hasil Uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i> GPD.....	41
Tabel 4.6 Pos Hujan	51
Tabel 4.7 Hasil Estimasi Parameter GPD dengan MBH..	52
Tabel 4.8 Prediksi <i>Return Level</i>	53

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Struktur Hirarki MBH	21
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian.....	28
Gambar 4.1 Pola Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lengkong	31
Gambar 4.2 Histogram Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lengkong	33
Gambar 4.3 <i>Normal Probability Plot</i> Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lengkong	34
Gambar 4.4 MRLP Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lengkong	36
Gambar 4.5 MRLP Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lengkong dengan Selang.....	37
Gambar 4.6 <i>Modified Scale</i> dan <i>Shape Parameter</i> Curah Hujan Pos Hujan Lengkong	38
Gambar 4.7 <i>Probability Plot</i> dan <i>Quantiles Plot</i> GPD Curah Hujan Pos Hujan Lengkong	40
Gambar 4.8 DAG MBH Dua Tingkat Data Curah Hujan Ekstrim.....	42
Gambar 4.9 Plot Diagnostik Kekonvergenan	50

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A Data Curah Hujan Bulanan	
Lima Pos Hujan	61
Lampiran B Pola Curah Hujan di DAS Brantas	
Di Kabupaten Nganjuk	66
Lampiran C Histogram Curah Hujan Bulanan	
di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk	68
Lampiran D <i>Normal Probability Plot</i>	70
Lampiran E <i>Mean Residual Life Plot</i>	72
Lampiran F <i>Probability Plot</i> dan <i>Quantile Plot</i> GPD	75
Lampiran G Plot Diagnostik Kekonvergenan	77
Lampiran H <i>Density Plot</i>	82
Lampiran I <i>Syntax</i> Program MBH	86

DAFTAR SIMBOL

- y_{ij} : nilai *excess* (mm) pada pengamatan ke- i pada lokasi j
dengan $i = 1, \dots, N$
- x_{ij} : data curah hujan ekstrim (mm) pada pengamatan ke- i
dengan $i = 1, 2, \dots, N$
- N : jumlah amatan di setiap pos hujan
- z_1 : *longitude* atau lokasi berdasarkan garis bujur (derajat)
- z_2 : *latitude* atau lokasi berdasarkan garis lintang (derajat)
- z_3 : *elevasi* atau ketinggian (mdpl)
- z_4 : luas jangkauan pos hujan (m^2)
- σ_j : parameter skala pada lokasi ke- j
- ξ_j : parameter bentuk pada lokasi ke- j
- α_{ξ_j} : *hyperparameter* dari parameter bentuk pada lokasi ke- j
- β_n : parameter regresi dalam MBH dengan $n = 0, 1, 2, 3, 4$
- u_j : *threshold* atau ambang batas pada lokasi ke- j
- p : persentil ke- p
- n_u : banyak pengamatan yang melebihi u
- F_0 : distribusi frekuensi kumulatif dari data
- F_n : distribusi frekuensi kumulatif teoritis
- α : taraf signifikan

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini dibahas latar belakang penulisan Tugas Akhir. Di dalamnya mencakup indentifikasi rumusan permasalahan dan diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Letak geografis Indonesia yang berada pada 6° LU – 11° LS dan 95° BT – 141° BT menyebabkan Indonesia beriklim tropis. Indonesia memiliki iklim tropis lembab yang dipengaruhi angin monsun (*monsoon*) sehingga memiliki dua musim berbeda, yaitu musim kemarau dan musim penghujan. Rata-rata curah hujan tahunan sangat beragam, mulai kurang dari 1.000 mm/tahun di kawasan semi-arid tropik, 1.780-3.175 mm/tahun di dataran rendah, hingga 6.100 mm/tahun di kawasan pegunungan [1]. Perubahan iklim yang terjadi beberapa tahun terakhir mengakibatkan curah hujan ekstrim. Curah hujan ekstrim merupakan kondisi curah hujan yang sangat tinggi atau sangat rendah. Curah hujan ekstrim tinggi berpotensi menimbulkan banjir yang akhirnya berakibat pada kegagalan panen petani. Kejadian iklim ekstrim *La-Nina* atau curah hujan hampir sepanjang tahun selama tahun 2010 telah menyebabkan menurunnya produksi berbagai komoditas hortikultura, baik kuantitatis maupun kualitas. Produksi mangga, apel, pisang, dan jeruk turun 20-25%, manggis 15-20%, beberapa jenis tanaman sayuran 20-25%, dan pada tanaman hias sangat beragam [2].

Wilayah Sungai Brantas merupakan wilayah sungai strategis nasional dan menjadi kewenangan Pemerintah Pusat berdasarkan Permen PU No. 11A Tahun 2006. Sungai Kali Brantas mempunyai panjang ± 320 km dan memiliki luas *cacthment area* ± 14.103 km² yang mencakup

$\pm 25\%$ luas Propinsi Jawa Timur atau $\pm 9\%$ luas Pulau Jawa. Curah hujan rata-rata mencapai 2.000 mm/tahun sekitar 85% jatuh pada musim hujan. Batas administrasi Wilayah Sungai (WS) Kali Brantas meliputi 9 Kabupaten (Malang, Blitar, Tulungagung, Trenggalek, Kediri, Nganjuk, Jombang, Mojokerto dan Sidoarjo) dan 6 Kota (Batu, Malang, Blitar, Kediri, Mojokerto dan Surabaya) atau sebesar 26,5% dari wilayah Propinsi Jatim [3]. Akibat curah hujan yang tinggi dan berkepanjangan menyebabkan air meluap di beberapa wilayah sekitar aliran Sungai Brantas sehingga petani mengalami gagal panen. Selain disebabkan oleh luapan air Sungai Brantas beberapa tanaman terkena penyakit dan membusuk akibat curah hujan yang tinggi. Berdasarkan pengamatan BMKG melalui surat nomor KT.304/807/MJUD/IX/2016 tanggal 9 September 2016, perihal Prakiraan Cuaca Jawa Timur Bulan Oktober 2016, pada bulan Oktober 2016 wilayah Jawa Timur sudah memasuki masa peralihan dari musim kemarau ke musim hujan. Puluhan hektar petani jagung di Desa Kaloran Kecamatan Ngronggot Nganjuk juga mengalami gagal panen akibat pohon jagung membusuk dampak kelebihan air dan disertai daun mengering sehingga mengganggu proses pertumbuhan. Setelah sebelumnya petani Tembakau di tiga Kecamatan yakni kecamatan Patianrowo, Lengkonong dan Ngluyu terancam gagal panen [4]. Oleh karena itu, perlu dilakukan identifikasi terkait kejadian-kejadian ekstrim sehingga dapat meminimalkan dampak akibat curah hujan ekstrim pada DAS Brantas.

Analisa kejadian ekstrim dapat dilakukan dengan metode *Extrem Value Theory* (EVT) yang merupakan salah satu metode statistika untuk mempelajari perilaku ekor distribusi yang digunakan menentukan probabilitas nilai-nilai ekstrimnya. Identifikasi nilai ekstrim dengan EVT dapat dilakukan dengan dua pendekatan, yaitu pendekatan *Blox Maxima* (BM) dengan pola distribusi mengikuti *Generalized*

Extrem Value (GEV) dan pendekatan *Peaks Over Threshold* (POT) dengan pola distribusi data ekstrim mengikuti *Generalized Pareto Distribution* (GPD). Karakteristik fungsi distribusi EVT dinyatakan oleh parameter lokasi (μ), skala atau *scale* (σ), dan bentuk atau *shape* (ξ). Hasil estimasi parameter dari masing-masing pendekatan tersebut kemudian digunakan untuk menghitung nilai *return level* [5].

Fawcett dan Walshaw [6] merekomendasikan penggunaan POT karena pendekatan ini dapat menggunakan data pengamatan lebih efisien dibandingkan BM. Utami [7] mengatakan bahwa pendekatan BM mempunyai kelemahan, yaitu keharusan membagi data ke dalam ukuran blok yang sama, selain itu pemilihan nilai maksimum dari setiap blok mengakibatkan hilangnya banyak data amatan.

Wahyudi [8] dalam penelitiannya melakukan identifikasi kejadian ekstrem dengan EVT yaitu dengan metode BM yang mengikuti distribusi GEV dan metode POT yang mengikuti distribusi GPD. Pada penelitian ini, GEV dan GPD digunakan untuk menentukan nilai *return level* atau nilai maksimum yang terjadi dalam periode waktu tertentu. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai *return level* GPD memberikan hasil yang lebih sesuai daripada GEV berdasarkan kriteria *Root Mean Square Error* (RMSE).

Cooley dkk. [9] juga melakukan penelitian nilai ekstrim dengan menggunakan Model Bayesian Hirarki (MBH) dan hanya menggunakan faktor ketinggian (*elevasi*) lokasi pengamatan untuk mengelompokkan daerah pengamatan menjadi *cluster* stasioner.

Hanugraheni [10] selanjutnya juga melakukan penelitian curah hujan ekstrim. Dia menyatakan data curah hujan adalah data yang tersarang dalam wilayah tempat stasiun pengamatan itu berada. Data tersebut merupakan data dengan struktur hirarki dua tingkat dengan unit observasi di tingkat pertama adalah hari kejadian curah hujan ekstrim dan unit observasi pada tingkat kedua adalah stasiun pengamatan.

Curah hujan ekstrim dimodelkan sebagai hasil dari kombinasi antara karakteristik curah hujan ekstrim harian dan wilayah tempat stasiun pengamatan berada. Ia melakukan penelitian pada curah hujan ekstrim di Jakarta dengan pendekatan POT menggunakan Model Bayesian Hirarki (MBH). Pada penelitiannya digunakan distribusi improper non-konjugat dan *non-informative* prior. Hasil estimasi parameter menunjukkan bahwa modus dari variabel-variabelnya tidak berpengaruh signifikan terhadap perbedaan nilai parameter shape, sehingga tidak berpengaruh pada hasil prediksi *return level*.

Pada penulisan Tugas Akhir ini analisis curah hujan ekstrim dilakukan menggunakan POT dengan pola distribusi data ekstrim mengikuti GPD. Selanjutnya estimasi parameter GPD dilakukan menggunakan MBH. Identifikasi curah hujan ekstrim dan estimasi parameter digunakan untuk perhitungan *return level* curah hujan ekstrim dalam periode waktu tertentu di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, didapatkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan curah hujan ekstrim lima pos hujan di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk dengan pendekatan POT?
2. Bagaimana hasil estimasi parameter GPD dengan MBH untuk prediksi *return level* curah hujan ekstrim di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk?

1.3 Batasan Masalah

Permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini dibatasi sebagai berikut:

1. Data yang digunakan adalah data sekunder curah hujan bulanan pada lima pos hujan BMKG DAS Brantas bagian timur Kabupaten Nganjuk tahun 2012 hingga 2016.

2. Variabel yang digunakan adalah *longitude* atau lokasi berdasarkan garis bujur (derajat), dan *latitude* atau lokasi berdasarkan garis lintang (derajat), *elevasi* atau ketinggian (mdpl), dan luas jangkauan pos pengamatan (m^2).
3. Distribusi prior yang digunakan adalah prior *conjugat*.
4. Daerah pengamatan diasumsikan independen satu sama lain.

1.4 Tujuan

Tujuan Tugas Akhir ini adalah:

1. Mendapatkan curah hujan ekstrim lima pos hujan di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk dengan pendekatan POT.
2. Menentukan hasil estimasi parameter GPD dengan MBH untuk prediksi *return level* curah hujan ekstrim di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk.

1.5 Manfaat

Manfaat dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Manfaat bagi penulis adalah sebagai penerapan dari metode-metode yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir.
2. Memberikan informasi bagi BMKG DAS Brantas, instansi terkait, dan petani di sekitar DAS Brantas mengenai curah hujan ekstrim pada masa mendatang.
3. Hasil Penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan referensi untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan dalam laporan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. BAB I : PENDAHULUAN
Bab ini menjelaskan latar belakang penyusunan Tugas Akhir, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan Tugas Akhir.
2. BAB II : DASAR TEORI

Bab ini menjelaskan tentang curah hujan ekstrim, pra-pemrosesan data, *Extrem Value Theory* (EVT), *Peaks Over Threshold* (POT), nilai *threshold*, Metode Bayesian, Model Bayesian Hirarki, dan *return level*.

3. BAB III : METODOLOGI

Bab ini menjelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

4. BAB IV : ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang analisis dan pembahasan mendapatkan curah hujan esktrim menggunakan POT dan estimasi parameter GPD dengan MBH pada data curah hujan ekstrim lima pos hujan yang diamati di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk.

5. BAB V : PENUTUP

Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini dibahas tentang penelitian terdahulu mengenai curah hujan ekstrim, pra-pemrosesan data, EVT, POT, nilai *threshold*, Metode Bayesian, Model Bayesian Hirarki, dan *return level*.

2.1 Penelitian Terdahulu

Penelitian sebelumnya mengenai data ekstrim pernah dilakukan oleh Wahyudi [8], yaitu dilakukan identifikasi kejadian ekstrem dengan EVT yaitu dengan metode BM yang distribusinya mengikuti GEV dan metode POT yang distribusinya mengikuti GPD. Pada penelitiannya, GEV dan GPD digunakan untuk menentukan nilai *return level* atau nilai maksimum yang terjadi dalam periode waktu tertentu. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai *return level* GPD memberikan hasil yang lebih sesuai daripada GEV berdasarkan kriteria *Root Mean Square Error* (RMSE).

Sebelumnya, Cooley dkk. [9] melakukan penelitian nilai ekstrim dengan menggunakan MBH dimana model ini sudah mengakomodasi kovariat dan dependensi spasial sehingga masalah keterbatasan sampel pengamatan ekstrim diatasi secara regional. Cooley dkk. hanya menggunakan faktor ketinggian (*elevasi*) lokasi pengamatan untuk mengelompokkan daerah pengamatan menjadi *cluster* stasioner.

Hanugraheni [10] melakukan penelitian menggunakan pemodelan Bayesian Hirarki data curah hujan ekstrim di Jakarta. Pada penelitiannya identifikasi curah hujan ekstrim dilakukan dengan metode POT yang mengikuti GPD. Estimasi parameter GPD dilakukan dengan MBH. Pada penelitiannya digunakan distribusi improper non-konjugat dan *non-informative* prior. Hasil estimasi parameter menunjukkan bahwa modus kovariat yang diambil

(temperatur, *latitude*, *longitude*, dan *elevasi*) tidak berpengaruh signifikan terhadap perbedaan nilai parameter *shape*, sehingga tidak berpengaruh pada hasil prediksi *return level*.

2.2 Curah Hujan Ekstrim

Cuaca adalah keadaan sesaat dari atmosfer, serta perubahan dalam jangka pendek (kurang dari satu jam hingga 24 jam) di suatu tempat atau wilayah tertentu. Sementara iklim adalah sintesis dari perubahan nilai unsur-unsur cuaca dalam jangka panjang di suatu tempat atau pada suatu wilayah. Sintesis tersebut dapat dikatakan pula sebagai nilai statistik yang meliputi rata-rata, maksimum, minimum, frekuensi kejadian atau peluang kejadian. World Meteorology Organisation (WMO) [11] menyatakan, cuaca ekstrim adalah keadaan cuaca saat terjadi hujan sangat lebat secara terus menerus dengan jumlah di atas 50 mm/jam. Sedangkan iklim ekstrim merupakan keadaan dimana nilai dari unsur-unsur iklim menyimpang di atas atau di bawah nilai normal.

Curah hujan adalah jumlah air yang jatuh di permukaan tanah datar selama periode tertentu yang diukur dengan satuan tinggi (mm) di atas permukaan horizontal bila tidak terjadi evaporasi, *runoff*, dan infiltrasi [12]. Menurut Supriatna [13] curah hujan ekstrim memiliki curah hujan dengan intensitas >50 mm per hari menjadi parameter hujan dengan intensitas lebat, sedangkan curah hujan ekstrem memiliki curah hujan >100 mm per hari. Berdasarkan informasi yang diperoleh dari Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG), curah hujan harian di Indonesia dikategorikan ekstrim jika jumlah curah hujan harian memiliki nilai di atas 50 mm/hari.

2.3 Pra-Pemrosesan Data

Tahap pra-pemrosesan data merupakan tahap awal yang meliputi tahap identifikasi *missing value*, *noisy*, dan *inconsistent*. *Missing value* pada data curah hujan biasanya terjadi karena kerusakan alat ukur. Meskipun terjadi hujan namun tidak dapat dilakukan pengukuran. Selain itu juga terdapat data curah hujan dengan nilai kurang dari 1 mm atau dikenal sebagai *trace* atau tidak terukur (TTU). Data yang terindikasi sebagai TTU ini kemudian dimasukkan dengan nilai 0 (nol). Oleh karena itu, perlu dilakukan tahap pra-pemrosesan data yang terindikasi mengandung *missing value* dan TTU [10].

2.4 Extrem Value Theory (EVT)

EVT atau teori nilai ekstrim merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk memodelkan kejadian-kejadian ekstrim. Hal yang membedakan EVT dengan teknik statistika lain adalah EVT bertujuan untuk menghitung pola stokastik dari amatan yang sangat besar atau sangat kecil dibandingkan dengan amatan lain [14]. Menurut McNeill [5] EVT merupakan metode statistika yang mempelajari perilaku ekor distribusi untuk dapat menentukan probabilitas nilai-nilai ekstrim. Terdapat dua pendekatan untuk mengidentifikasi pergerakan nilai ekstrim, yaitu *Blox Maxima* (BM) dengan pola distribusi mengikuti *Generalized Extrem Value* (GEV) dan pendekatan *Peaks Over Threshold* (POT) dengan pola distribusi data ekstrim mengikuti *Generalized Pareto Distribution* (GPD).

2.5 Peaks Over Threshold (POT)

Pendekatan POT merupakan salah satu metode EVT yang mengidentifikasi nilai ekstrim dengan berdasarkan nilai ambang batas yang disebut sebagai *threshold* (u). Data yang melebihi nilai *threshold* akan diidentifikasi sebagai nilai ekstrim. Data ekstrim yang diperoleh dari metode POT akan

memiliki fungsi distribusi yang mendekati GPD [15]. Misal $Y_i := X_i - u \mid X_i > u$ adalah variabel random GPD, maka fungsi kepadatan peluang atau PDF dari GPD dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(y \mid X_i > u) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} (1 + \xi \frac{y}{\sigma})^{-\frac{1}{\xi}-1}, \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-\frac{y}{\sigma}), \xi = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

dan distribusi frekuensi kumulatif atau CDF dari GPD adalah sebagai berikut:

$$F(y \mid X_i > u) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi \frac{y}{\sigma})^{-\frac{1}{\xi}}, 0 \leq x - u \leq u - \frac{\sigma}{\xi} & \text{jika } \xi < 0 \\ 0 \leq x - u \leq \infty & \text{jika } \xi > 0 \\ 1 - \exp(-\frac{y}{\sigma}), 0 \leq x - u < \infty & \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

dengan y merupakan nilai *excess*, x data curah hujan ekstrim, σ adalah parameter skala, ξ adalah parameter bentuk, dan u adalah *threshold* atau nilai ambang batas.

Berdasarkan nilai dari ξ , GPD dapat dikarakteristikan menjadi tiga tipe, yaitu distribusi Eksponensial jika $\xi = 0$, distribusi Pareto jika nilai $\xi > 0$, dan distribusi Pareto tipe 2 atau Beta jika nilai $\xi < 0$. Jika nilai $\xi < 0$ maka nilai ekstrim memiliki batasan, jika nilai $\xi \geq 0$ maka nilai ekstrim memiliki batasan yang tidak terbatas. Sehingga jika nilai ξ yang semakin besar maka akan memiliki ekor yang semakin berat yang menyebabkan peluang terjadinya nilai ekstrim akan semakin tinggi. Oleh karena itu, diantara tipe GPD yang memiliki ekor paling berat adalah distribusi Pareto [14]. Sebaran GPD akan menjadi bentuk pareto jika nilai $\xi > 0$.

Hubungan antara sebaran GPD dengan Pareto dapat diturunkan sebagai berikut.

Jika $\xi > 0$ maka $u = \frac{\sigma}{\xi}$, untuk $y = x - u$

$$\begin{aligned}
 f(y) &= \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\xi y}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
 f(y) &= \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{(x-u)}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
 &= \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{\left(x - \frac{\sigma}{\xi} \right)}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
 &= \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\xi x}{\sigma} - \frac{\xi \sigma / \xi}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
 &= \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\xi x}{\sigma} - 1 \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
 &= \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\xi x}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
 &= \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\xi}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} x^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
 &= \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\sigma}{\xi} \right)^{\frac{1}{\xi}+1} x^{-\frac{1}{\xi}-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\xi} \left(\frac{\sigma}{\xi} \right)^{\frac{1}{\xi}} x^{-\frac{1}{\xi}-1} \\
&= \frac{\frac{1}{\xi} \left(\frac{\sigma}{\xi} \right)^{\frac{1}{\xi}}}{x^{\frac{1}{\xi}+1}} \\
&= \frac{\frac{1}{\xi} \left(\frac{\sigma}{\xi} \right)^{\frac{1}{\xi}}}{\left(y + \frac{\sigma}{\xi} \right)^{\frac{1}{\xi}+1}}
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan distribusi Pareto sebagai berikut:

$$f(y) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{\left(y + \frac{\sigma}{\xi} \right)^{\alpha+1}} \quad (2.3)$$

GPD memiliki kurva yang lebih condong ke kanan. Kecondongan suatu kurva atau *skewness* dapat dilihat secara visual dengan histogram. Jika letak mean, median, dan modusnya terletak pada titik yang sama maka dikatakan simetris atau berdistribusi normal, sedangkan jika tidak berada pada titik yang sama dikatakan tidak simetris atau tidak berdistribusi normal. Selain secara visual, tingkat kecondongan suatu kurva distribusi dapat diukur menggunakan koefisien kecondongan *Pearson* dengan rumus sebagai berikut:

$$SK = \frac{\mu - Mo}{\sigma} \quad (2.4)$$

atau

$$SK = \frac{3(\mu - Md)}{\sigma} \quad (2.5)$$

dengan

SK : koefisien kecondongan

μ : nilai rata-rata

Mo : nilai modus

Md : nilai median

σ : standar deviasi.

Jika nilai SK dihubungkan dengan kurva maka didapatkan

1. Jika nilai modus = median = mean maka didapatkan nilai $SK = 0$ dengan bentuk kurva simetris.
2. Jika nilai modus < median < mean maka didapatkan nilai $SK > 0$ dengan bentuk kurva yang condong ke kanan atau kurva condong positif.
3. Jika nilai modus > median > mean maka didapatkan nilai $SK < 0$ dengan bentuk kurva yang condong ke kiri atau kurva condong negatif.

2.6 Penentuan Nilai *Threshold*

Penentuan nilai *threshold* atau ambang batas (u) sebagai nilai acuan dilakukan terlebih dulu sebelum mendapatkan nilai ekstrim. Jika suatu nilai observasi melebihi nilai acuan, maka nilai tersebut diidentifikasi sebagai nilai ekstrim. Penentuan *threshold* (u) pada GPD dapat ditentukan dengan menggunakan *mean residual life plot* (MRLP) dan metode persentil. Penentuan *threshold* dengan metode persentil dengan langkah sebagai berikut [15]:

1. Mengurutkan data dari yang terbesar hingga yang terkecil.
2. Menghitung $100-p$ persen dari banyak data

$$k = (100 - p)\% \times N \quad (2.6)$$

dengan $p = 1, 2, 3, \dots, 99$ dan N adalah banyak data.

3. Menentukan nilai *threshold*, yaitu data yang berada pada urutan ke- $(k+1)$.

Pemilihan *threshold* dengan menggunakan MRLP yang didasarkan pada nilai rata-rata GPD dianalogikan seperti menentukan ukuran blok yang akan dipilih sehingga ada keseimbangan antara bias dan keragaman. Menurut Cooles [14] *threshold* yang terlalu rendah mengakibatkan pendekatan dari model yang gagal atau parameter yang diduga bias meskipun ragamnya kecil sedangkan nilai *threshold* yang terlalu tinggi akan mengakibatkan jumlah nilai *excesses* yang diamati sedikit sehingga mengakibatkan keragaman yang tinggi. Prosedur menentukan *threshold* dengan cara membentuk MRLP adalah sebagai berikut:

1. Membuat MRLP dengan koordinat titik sebaran ditentukan berdasarkan:

$$\left\{ \left(u, \frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (y_{(i)} - u) \right) : u < y_{maks} \right\} \quad (2.7)$$

dengan $y_{(1)}, \dots, y_{(n_u)}$ adalah observasi sebanyak n_u yang melebihi nilai u , y_{maks} adalah nilai terbesar dari Y_i , dan n_u adalah banyak nilai yang melebihi u (*threshold*). Persamaan 2.7 menunjukkan bahwa sumbu- x memuat nilai u yang mewakili data curah hujan. Sumbu- y memuat nilai *mean excess* dari data curah hujan yang melampaui nilai u .

2. Setelah menentukan nilai *threshold* u , parameter GPD umumnya diestimasi menggunakan *Maximum Likelihood*. Misal $y_{(1)}, \dots, y_{(n_u)}$ adalah observasi sebanyak n_u yang melebihi nilai u . Untuk $\xi \neq 0$ diberikan fungsi *log-likelihood*

$$\ell(\sigma, \xi) = -n_u \log \sigma - (1 + 1/\xi) \sum_{i=1}^{n_u} \log(1 + \xi y_i / \sigma) \quad (2.8)$$

dengan $(1 + \xi y_i / \sigma) > 1$ untuk $i = 1, \dots, n_u$.

Perhitungan *Maximum Log-Likelihood* tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga dilakukan

perhitungan secara numerik menggunakan bantuan *software* RStudio. Hasil dari perhitungan tersebut digunakan dalam membuat *modified scale and shape parameter plot*, sumbu- x memuat nilai *threshold*, sedangkan sumbu- y memuat hasil estimasi parameter skala σ dan bentuk ξ .

3. Penentuan nilai *threshold* u harus memperhatikan terhadap banyaknya amatan yang melampaui nilai *threshold* (u) dan pendekatan garis yang konstan setelah nilai u .

2.7 Pengujian Kesesuaian Distribusi

Pengujian kesesuaian distribusi dilakukan untuk memeriksa adanya kesesuaian distribusi teoritis dengan distribusi data yang diamati. Pengujian kesesuaian distribusi secara visual dapat dilakukan dengan menggunakan *quantile plot* dan *probability plot*, sedangkan pengujian secara formal dapat dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.

Uji Kolmogorov-Smirnov ini mencakup perhitungan distribusi frekuensi kumulatif di bawah distribusi teoritisnya, serta membandingkan distribusi frekuensi kumulatif itu dengan distribusi frekuensi kumulatif data yang diamati. Distribusi teoritis tersebut merupakan representasi dari apa yang diharapkan H_0 .

Langkah-langkah melakukan uji Kolmogorov-Smirnov adalah sebagai berikut [16]:

1. Menentukan hipotesis. Hipotesis untuk uji kesesuaian distribusi adalah sebagai berikut.
 $H_0 : F_n(x) = F_0(x)$, yang berarti bahwa data mengikuti distribusi teoritis $F_n(x)$.
 $H_1 : F_n(x) \neq F_0(y)$, yang berarti bahwa data tidak mengikuti distribusi teoritis $F_n(x)$.

dengan F_n adalah distribusi frekuensi kumulatif di bawah distribusi teoritis dan F_0 adalah distribusi frekuensi kumulatif dari data.

2. Menetapkan taraf signifikan sebesar α .
3. Menetapkan statistik uji. Statistik uji yang dipakai adalah dengan membandingkan D_{hitung} dengan D_{tabel} atau membandingkan p -value dengan taraf signifikan α .
 - a. Membandingkan D_{hitung} dengan D_{tabel}
 D_{hitung} menjelaskan suatu titik dimana F_n dan F_0 memiliki perbedaan terbesar. D_{hitung} dapat dihitung sebagai berikut:

$$D_{hitung} = \text{Max } |F_n(x) - F_0(x)| \quad (2.9)$$
 Sedangkan nilai D_{tabel} dengan $D_{N,\alpha}$ dapat diketahui dalam tabel Kolmogorov-Smirnov, dengan N adalah banyaknya data yang diamati.
 - b. Membandingkan p -value dengan taraf signifikan α
 P -value merupakan besarnya peluang melakukan kesalahan dalam memutuskan menolak H_0 .
4. Daerah penolakan atau daerah kritis untuk pengujian Kolmogorov-Smirnov adalah H_0 ditolak jika $D_{hitung} > D_{N,\alpha}$ pada tabel Kolmogorov-Smirnov dengan taraf signifikansi sebesar α atau jika nilai $p - value \leq \alpha$.

2.8 Metode Bayesian

Metode Bayesian merupakan metode yang menggunakan data sampel yang diperoleh dari distribusi populasi yang mempunyai suatu parameter θ sebagai variabel random. Dalam Bayesian proses diawali dengan menentukan fungsi kepadatan bersama dari data yang diamati atau disebut sebagai fungsi *likelihood*, distribusi peluang parameter θ disebut sebagai distribusi prior, dan selanjutnya menentukan distribusi gabungan dari fungsi *likelihood* dan distribusi prior disebut sebagai distribusi posterior [17].

2.8.1 Fungsi Likelihood

Fungsi *likelihood* adalah fungsi kepadatan bersama dari n variabel random x_1, x_2, \dots, x_n yang diamati pada (x_1, x_2, \dots, x_n) atau dapat ditulis $f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$ merupakan fungsi *likelihood* untuk x_1, x_2, \dots, x_n tertentu. Fungsi *likelihood* ini adalah fungsi terhadap θ dan dinotasikan dengan [17]:

$$f(x/\theta) = f(x_1 | \theta), f(x_2 | \theta), \dots, f(x_n | \theta) \quad (2.10)$$

Data curah hujan ekstrim yang didapat dengan pendekatan POT memiliki distribusi yang mendekati GPD sehingga didapat fungsi *likelihood* dengan menstubsitusikan PDF dari GPD pada Persamaan 2.1 ke dalam Persamaan 2.10:

$$f(y | \xi, \sigma) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\xi y}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1}, & \xi \neq 0 \\ \left(\frac{1}{\sigma}\right)^{(n)} \exp\left(-\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n y_i\right), & \xi = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

dimana $y = x - u$ dengan

x = data nilai curah hujan

u = nilai *threshold*

y = nilai *excess*

ξ = parameter bentuk

σ = parameter skala

2.8.2 Distribusi Prior

Dalam Bayes memilih distribusi prior $f(\theta)$ yang menunjukkan ketidakpastian tentang parameter θ yang tidak diketahui. Prior diketahui melalui data masa lalu yang telah ada dan distribusi prior ini biasa disebut dengan distribusi prior *data based* (DB). Jika data masa lalu tidak tersedia,

distribusi prior dipilih berdasarkan kepercayaan peneliti, distribusi ini disebut dengan *non data* based. Distribusi prior mempunyai tiga macam prior sebagai berikut [17]:

1. Berkaitan dengan bentuk distribusi hasil identifikasi pola datanya
 - a. Distribusi prior sekawan (*conjugate*), mengacu pada analisis model terutama dalam pembentukan fungsi *likelihoodnya* sehingga dalam penentuan prior konjugat selalu dipikirkan mengenai penentuan pola distribusi prior yang mempunyai bentuk konjugat dengan fungsi densitas peluang pembangun *likelihoodnya*.
 - b. Distribusi prior tak sekawan (*non-conjugate*), pemberian prior pada model tidak mempertimbangkan pola pembentuk fungsi *likelihoodnya*.
2. Berkaitan dengan penentuan parameter pada pola distribusi prior
 - a. Distribusi prior informatif, mengacu pada pemberian parameter dari distribusi prior yang telah dipilih baik distribusi prior konjugat atau tidak, pemberian nilai parameter pada distribusi prior ini didasarkan pada informasi yang diperoleh.
 - b. Distribusi prior non-informatif, pemilihannya tidak didasarkan pada data yang ada atau distribusi prior yang tidak mengandung informasi tentang parameter θ .
3. Distribusi prior yang dibedakan atas dasar ada atau tidaknya bentuk tetap untuk setiap variabel random t , yaitu prior proper dan improper.

Apabila pengetahuan tentang priornya sangat lemah, maka bisa digunakan prior berdistribusi normal dengan mean nol dan varian besar. Efek dari penggunaan prior dengan mean nol adalah estimasi parameternya mendekati

nol. Pemulusan ini dilakukan oleh varian, sehingga pemulusan tersebut bisa dilakukan dengan meningkatkan varian.

2.8.3 Distribusi Posterior

Distribusi posterior adalah fungsi densitas bersyarat θ jika diketahui nilai observasi y dan dapat ditulis sebagai berikut [17]:

$$f(\theta | y) = \frac{f(\theta, y)}{f(y)} \quad (2.12)$$

Fungsi kepadatan bersama dan marginal yang diperlukan dapat ditulis dalam bentuk distribusi prior dan fungsi *likelihood*,

$$\begin{aligned} f(\theta, y) &= f(y | \theta) f(\theta) \\ f(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\theta, y) d\theta = \int_{-\infty}^{\infty} f(y | \theta) f(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2.13)$$

Sehingga fungsi densitas posterior untuk variabel random kontinu sebagai berikut:

$$f(\theta | y) = \frac{f(y | \theta) f(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(y | \theta) f(\theta) d\theta} \quad (2.14)$$

dengan

$f(y|\theta)$: fungsi *likelihood*

$f(\theta)$: distribusi prior parameter θ

$f(y)$: fungsi distribusi marginal parameter θ

$f(\theta | y)$: distribusi posterior parameter θ

2.8.4 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Nilai estimasi dari parameter θ atau nilai distribusi posterior ($f(\theta|y)$) sangat kompleks, sehingga sulit mengestimasi nilai parameter θ . Oleh karena itu diperlukan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) sebagai

prosedur membangkitkan data parameter sesuai dengan proses Markov Chain dengan menggunakan simulasi Monte Carlo sehingga diperoleh distribusi posterior yang stasioner. Markov Chain adalah suatu proses stokastik dari $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n)}\}$ sedemikian hingga

$$f(\theta^{(t+1)} | \theta^{(t)}, \dots, \theta^{(1)}) = f(\theta^{(t+1)} | \theta^{(t)}) \quad (2.15)$$

dengan distribusi θ pada saat $t+1$ telah diketahui kondisi θ pada saat sebelumnya, yaitu pada saat $t, t-1, \dots, 1$ dan $t+1$ hanya dipengaruhi oleh satu nilai sebelumnya atau pada saat t saja. Pada saat $t \rightarrow \infty$, maka distribusi dari $\theta^{(t)}$ akan konvergen menuju distribusi tertentu yang independen terhadap nilai awal atau $\theta^{(0)}$. Oleh karena itu, untuk mendapatkan sampel dari distribusi posterior, maka diperlukan struktur *Markov Chain* yang memiliki sifat $f(\theta^{(t+1)} | \theta^{(0)})$. Proses MCMC dilakukan dengan cara membangkitkan *Markov Chain* yang konvergen terhadap distribusi target, yaitu distribusi posterior dari parameter yang diestimasi. Kondisi ini disebut sebagai kondisi stasioner atau kondisi *equilibrium*. Sampel yang diambil setelah kondisi *equilibrium* merupakan sampel dari distribusi posterior dari parameter tersebut [18].

2.8.5 Gibbs Sampling

Gibbs sampling merupakan teknik untuk membangkitkan variabel random dari suatu distribusi marginal secara langsung tanpa harus menghitung fungsi kepadatan peluang. Proses *Gibbs sampling* meliputi pengambilan sampel dengan cara membangkitkan serangkaian *Gibbs* variabel random (*Gibbs sequence*) berdasarkan sifat-sifat dasar proses *Markov Chain* [18].

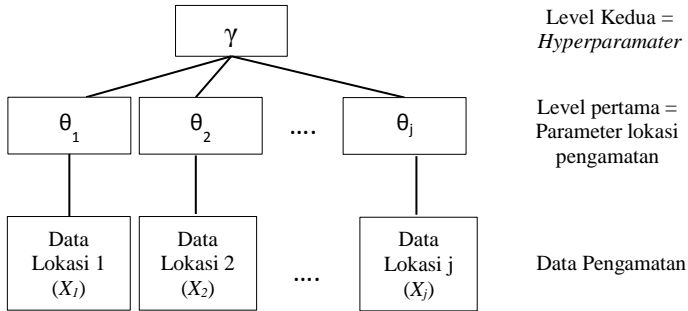
2.9 Model Bayesian Hirarki (MBH)

Kejadian ekstrim di bidang klimatologi sering kali menunjukkan fenomena yang bersifat kompleks. Kejadian ekstrim ini berhubungan dengan beberapa variabel yang berpengaruh namun tidak teramati secara jelas. Model hirarki

merupakan model yang memiliki struktur model yang kompleks dan diubah menjadi suatu deret tahap model bersyarat yang lebih sederhana [19].

Pada dasarnya MBH dapat dinyatakan dalam suatu model hirarki dua level. Misalkan suatu daerah pengamatan mempunyai j lokasi pengamatan berbeda. Karakteristik setiap lokasi pengamatan dinyatakan dengan parameter θ_j . Himpunan parameter tersebut menyatakan level pertama dalam struktur hirarki. Selanjutnya diasumsikan bahwa parameter di setiap lokasi pengamatan adalah sampel secara random identik dan independen (IID) dari suatu distribusi prior dengan parameter (γ) yang dikenal sebagai *hyperparameter* level dua [19].

Gambar 2.1 menjelaskan bahwa X_j merupakan himpunan sampel curah hujan ekstrim di setiap lokasi j , $\theta = (\pi_j, \sigma_j, \xi_j)$ himpunan parameter dari setiap lokasi j dan γ ialah parameter dari distribusi prior θ_j yang disebut sebagai *hyperparameter*.



Gambar 2.1 Struktur Hirarki MBH

Tujuan dari MBH adalah melakukan estimasi parameter suatu distribusi dan memperbarui parameter melalui data yang dikenal dengan distribusi *posterior*. Distribusi *posterior* ini ditentukan berdasarkan Teorema Bayes berikut [19]:

$$p(\theta, \gamma | y) \propto p(y | \theta, \gamma) \times p(\theta | \gamma) \times p(\gamma) \quad (2.16)$$

Teorema Bayes mendasari MBH dan dituliskan dalam bentuk probabilitas sebagai berikut:

$$p(\text{posterior}) \propto p(\text{likelihood}) \times p(\text{prior}) \quad (2.17)$$

2.10 Return Level

Return level merupakan nilai maksimum yang diharapkan akan dilampaui satu kali dalam jangka waktu tertentu. Penentuan return level pada GPD melibatkan parameter bentuk (ξ), parameter skala (σ), dan nilai *threshold* (u). *Return level* (RL) biasanya dinyatakan dalam satuan waktu tahunan untuk berbagai keperluan [15]. Misalkan X variabel random dan u merupakan *threshold*, maka untuk $x > u$

$$P(X > x | X > u) = \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2.18)$$

dimana $\sigma > 0, x \geq 0$, dan $1 + \xi \frac{x-u}{\sigma} > 0$ sehingga diperoleh

$$P(X > x) = P(X > u) \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2.19)$$

jika nilai $\xi_u = P(X > u)$ maka Persamaan 2.15 menjadi

$$P(X > x) = \xi_u \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2.20)$$

Berdasarkan persamaan Persamaan 2.16, rata-rata curah hujan ekstrim yang melebihi x_t terjadi setiap T pengamatan adalah

$$\xi_u \left(1 + \xi \frac{x_t - u}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}} = \frac{1}{T} \quad (2.21)$$

sehingga nilai *return level* pada T pengamatan diuraikan pada persamaan berikut

$$RL_T = \begin{cases} u + \frac{\sigma}{\xi} \left[(T^{\xi_u})^{\xi} - 1 \right], & \xi \neq 0 \\ u + \sigma \log T^{\xi_u}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

dengan $\sigma > 0$, $\xi_u = \frac{n_u}{n}$, dan

T : periode waktu dalam satu tahun

n_u : banyak pengamatan yang melebihi nilai u

n : banyak semua pengamatan.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah dan data yang digunakan dalam penyelesaian masalah dalam Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah data sekunder curah hujan bulanan tahun 2012 hingga tahun 2016 serta data lokasi pos hujan yang diperoleh dari Stasiun Geofisika Klas III Sawahan Nganjuk. Unit observasi yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah lima pos hujan yang berada sekitar Daerah Aliran Sungai (DAS) Brantas Kabupaten Nganjuk, yang terdiri dari pos hujan Lengkong, Kertosono, Bangle, Tempuran, dan Lohgawe.

3.2 Langkah Pengerjaan

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

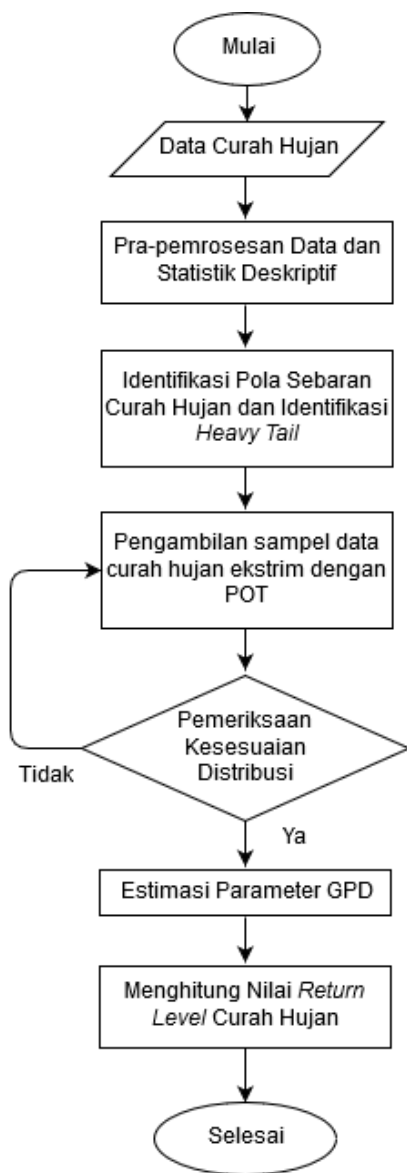
1. Langkah untuk mendapatkan curah hujan ekstrim lima pos hujan di Daerah Aliran Sungai (DAS) Brantas di Kabupaten Nganjuk yang diamati dengan POT sebagai berikut:
 - a. Melakukan pra-pemrosesan data terhadap *missing value* data curah hujan di lima pos hujan yang diamati.
 - b. Mendeskripsikan data curah hujan dengan statistika deskriptif dan identifikasi pola sebaran curah hujan.
 - c. Mengidentifikasi distribusi data curah hujan di masing-masing pos hujan untuk mengetahui adanya distribusi data *heavy tail* dan nilai ekstrim dengan histogram dan *normality plot*.

- d. Menentukan interval *threshold* dengan menggunakan metode MRLP.
 - i) Membuat *mean residual life plot* dalam interval tertentu
 - ii) Melakukan identifikasi *mean residual life plot* dimana interval *threshold* yang sesuai dan grafik setelah nilai *threshold* berpola konstan.
 - iii) Membuat plot parameter *modified scale* dan *shape parameter plot* untuk interval *threshold* yang diperoleh dari hasil identifikasi *mean residual life plot*.
 - iv) Memilih nilai *threshold* tertentu berdasarkan plot parameter *modified scale* dan *shape parameter plot* yang diambil.
 - e. Menentukan satu nilai *threshold* dengan metode persentil:
 - i) Mengurutkan data dari data terbesar hingga data terkecil.
 - ii) Menghitung $(100-60)\%$ dari banyak data (k) dengan menggunakan persamaan pada BAB II. Pemilihan metode persentil 60% karena data nilai *threshold* terletak pada interval persentil 60% atau 40% dari banyak data.
 - iii) Menentukan nilai *threshold*, yaitu data pada urutan ke- $(k+1)$.
 - iv) Data yang melebihi nilai *threshold* yang diidentifikasi sebagai nilai ekstrim.
 - f. Pemeriksaan kesesuaian distribusi menggunakan *probability plot* dan *quantile plot*, sedangkan pengujian hipotesis dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Jika data tidak memenuhi kesesuaian data distribusi GPD maka kembali melakukan pengambilan data pada pos hujan lain.
2. Langkah menghitung estimasi parameter GPD dengan MBH untuk prediksi *return level* curah hujan ekstrim di

Daerah Aliran Sungai (DAS) Brantas di Kabupaten Nganjuk.

- a. Mendapatkan estimasi parameter MBH dua tingkat:
 - i) Menetapkan variabel respon dan distribusi populasinya.
 - ii) Menetapkan variabel bebas dari model untuk membentuk model hirarki dua tingkat.
 - iii) Menyusun *Directed Acyclic Graph* (DAG).
 - iv) Membentuk fungsi likelihood.
 - v) Membentuk distribusi prior dan *hyperprior* dari *hyperparameter*.
 - vi) Membentuk distribusi posterior untuk setiap parameter yang akan diestimasi.
 - vii) Menentukan nilai awal (*initial value*) untuk setiap parameter yang akan diestimasi.
 - viii) Menentukan besarnya sampel yang akan dibangkitkan.
 - ix) Melakukan proses iterasi penaksiran parameter.
- b. Melakukan perhitungan *return level* untuk beberapa periode waktu.
- c. Menginterpretasikan hasil *return level*.
- d. Menarik kesimpulan.

Langkah-langkah dalam penulisan Tugas Akhir ini dapat ditunjukkan menggunakan diagram alir yang disajikan pada Gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang mendapatkan curah hujan ekstrim menggunakan POT dan estimasi parameter GPD dengan MBH pada data curah hujan ekstrim lima pos hujan yang diamati di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk, yaitu pos hujan Lengkong, Kertosono, Bangle, Tempuran, dan Lohgawe. Pembahasan diawali dengan tujuan penulisan yang pertama, yaitu mendapatkan curah hujan ekstrim lima pos hujan yang diamati di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk dengan pendekatan POT. Kemudian dilanjutkan dengan pembahasan tujuan penulisan yang kedua, yaitu memperoleh hasil estimasi parameter GPD dengan MBH untuk menentukan nilai *return level* curah hujan ekstrim di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk.

4.1 Penentuan Curah Hujan Ekstrim dengan POT

Sebelum pengambilan sampel data ekstrim terlebih dahulu dilakukan analisa berkaitan dengan data iklim, yaitu tahap pra-pemrosesan data. Pra-pemrosesan data merupakan langkah dalam identifikasi data terhadap *missing value* dan nilai tidak terukur (TTU) dalam pengambilan data iklim. *Missing value* terjadi akibat kerusakan alat ukur, meskipun terjadi hujan namun tidak dapat dilakukan pengukuran. TTU merupakan curah hujan yang nilainya kurang dari satu. Oleh karena itu diperlukan tahap pra-pemrosesan data sebelum masuk ke tahap selanjutnya. Nilai TTU dimasukkan dengan nilai 0 (nol) dan *missing value* dimasukkan dengan rata-rata curah hujan bulanan di stasiun yang datanya tersedia di waktu yang sama dengan *missing value*.

Hasil pra-pemrosesan data terhadap *missing value* dan TTU dari data curah hujan lima pos hujan yang diamati di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk disajikan dalam Lampiran A.

Setelah dilakukan pra-pemrosesan data, dilakukan analisis menggunakan statistika deskriptif. Hal ini dilakukan untuk mendapatkan gambaran secara umum data curah hujan. Statistika deskriptif juga memberikan informasi awal karakteristik pola data curah hujan yang digunakan. Tabel 4.1 merupakan hasil statistika deskriptif di lima pos hujan yang diamati.

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Curah Hujan Bulanan (mm)

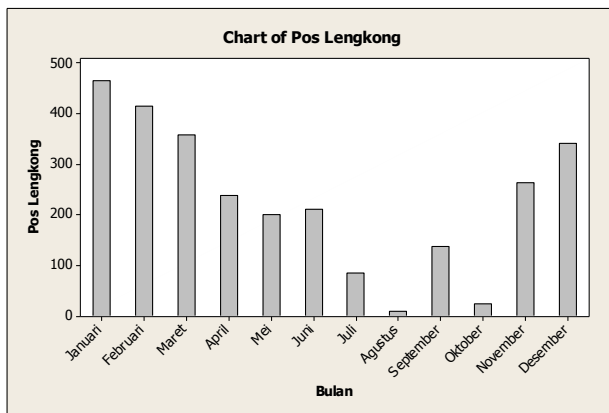
Stasiun Pengamatan	Rata-Rata	Vari-an	Min	Maks	Median	Mo-dus
Lengkong	129,8	14866	0	466	122,5	0
Kertosono	146,8	22536	0	633	108,5	0
Bangle	136,6	15815	0	516	107	0
Tempuran	154,4	18998	0	483	129,8	0
Lohgawe	151,6	18938	0	514	131	0

Keterangan:

Min = Minimum Maks = Maksimum

Dari Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa dari lima pos hujan yang diamati rata-rata curah hujan bulanan tertinggi ada pada Pos Hujan Tempuran yaitu mencapai 154,4 mm per bulan, sedangkan rata-rata curah hujan bulanan terendah ada pada Pos Hujan Lengkong yaitu sebesar 129,8 mm per bulan. Tabel 4.1 juga memberikan informasi mengenai variansi yang menunjukkan kuadrat perbedaan antara rata-rata dengan nilai masing-masing observasi, jika semakin besar nilai variansi maka semakin beragam pula nilai observasinya. Nilai variansi tertinggi berada pada Pos Hujan Kertosono sebesar 22536, sedangkan nilai variansi terendah berada pada Pos Hujan Lengkong sebesar 14866. Nilai minimum pada lima pos hujan yang diamati adalah sama, yaitu 0 mm per bulan yang berarti tidak terjadi hujan dalam satu bulan. Nilai curah hujan maksimum dari lima pos hujan yang diamati

terjadi pada Pos Hujan Kertosono sebesar 633 mm per bulan. Nilai median untuk Pos Hujan Lengkong adalah 122,5 mm per bulan, artinya 50 persen curah hujan harian di Pos Hujan Lengkong bernilai kurang dari atau sama dengan 122,5 mm per bulan, begitu pula dengan empat pos hujan lainnya. Nilai yang paling sering muncul di lima pos hujan yang diamati adalah 0 mm per bulan. Selanjutnya perlu dilakukan identifikasi untuk mengetahui pola curah hujan bulanan menggunakan *bar chart* di lima pos hujan yang diamati.



Gambar 4.1 Pola Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lengkong

Pada Gambar 4.1 disajikan *bar chart* pola curah hujan bulanan di pos hujan Lengkong. Diketahui bahwa pola hujan bulanan di Pos Hujan Lengkong menunjukkan pola hujan monsun dimana pola hujan membentuk huruf U. Pola hujan monsun merupakan pola curah hujan yang memiliki perbedaan yang jelas antara periode musim hujan dan musim kemarau. Pola curah hujan monsun adalah unimodal atau hanya memiliki satu puncak musim hujan saja. Pola curah hujan untuk empat pos hujan lain disajikan pada Lampiran B. Namun pada Pos Hujan Bangle dan Pos Hujan Tempuran,

pada bulan Juli yang seharusnya merupakan periode musim kemarau justru memiliki curah hujan yang cukup tinggi.

Identifikasi data pola *heavy tail* juga dapat dilakukan dengan menggunakan *skewness* atau kecondongan kurva yang perhitungannya digunakan rumus Persamaan 2.4 sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 SK_{Lengkong} &= \frac{\mu - Mo}{\sigma} = \frac{129,8 - 0}{121,9} = 1,06 \\
 SK_{Kertosono} &= \frac{\mu - Mo}{\sigma} = \frac{146,8 - 0}{150,1} = 0,98 \\
 SK_{Bangle} &= \frac{\mu - Mo}{\sigma} = \frac{136,6 - 0}{125,756} = 1,08 \\
 SK_{Tempuran} &= \frac{\mu - Mo}{\sigma} = \frac{154,4 - 0}{137,8} = 1,12 \\
 SK_{Lohgawe} &= \frac{\mu - Mo}{\sigma} = \frac{151,6 - 0}{137,6} = 1,10
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Hasil 4.1 dapat ditabelkan sebagai berikut:

Table 4.2 *Skewness*

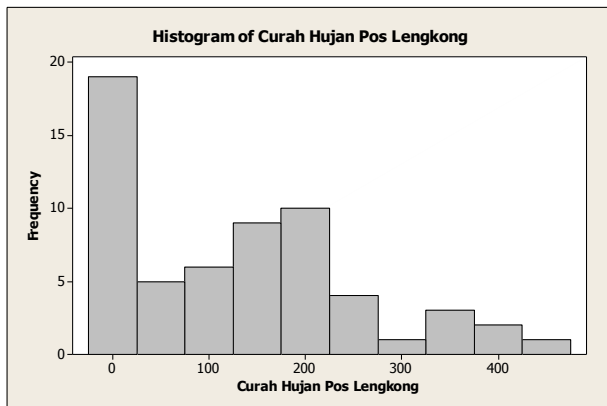
Stasiun Pengamatan	<i>Skewness</i>
Lengkong	1,06
Kertosono	0,98
Bangle	1,08
Tempuran	1,12
Lohgawe	1,10

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa nilai *skewness* pada masing-masing lima pos hujan yang diamati bernilai lebih dari 0 (nol) yang berarti bahwa distribusi curah hujan tidak

simetris atau ekor lebih memanjang ke kanan. Hal ini dikarenakan nilai mean lebih besar dari nilai modus dan median jika dilihat pada Tabel 4.1 .

Dapat dilihat pula dari hasil visualisasi dengan histogram untuk data curah hujan bulanan di masing-masing pos hujan yang diamati bahwa ekor distribusi turun secara melambat atau ekor distribusi memanjang ke kanan yang berarti memiliki pola distribusi data yang *heavy tail* atau data tidak berdistribusi normal.

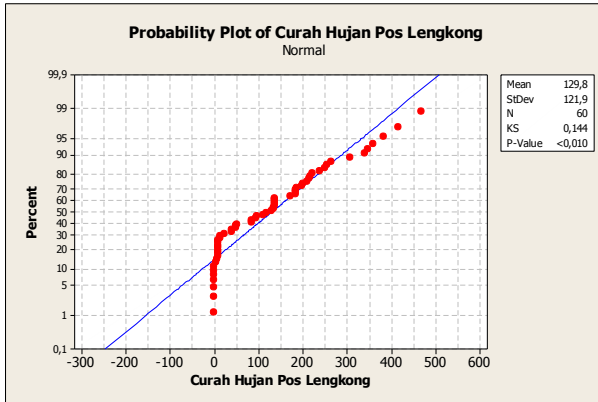
Curah hujan di pos hujan Lengkok memiliki ekor distribusi yang turun lambat (Gambar 4.2). Hal ini menunjukkan bahwa curah hujan di pos hujan Lengkok terindikasi memiliki pola distribusi yang *heavy tail* yang berarti tidak berdistribusi normal. Demikian pula histogram di empat pos hujan lainnya juga memiliki pola distribusi yang *heavy tail* ditampilkan di Lampiran C.



Gambar 4.2 Histogram Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Lengkok

Selain itu juga dapat dibuktikan dengan menggunakan *normal probability plot* dan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hasil *normal probability plot* curah hujan bulanan di pos hujan Lengkok disajikan pada Gambar 4.3. *Normal probability*

plot untuk empat pos hujan lain yang diamati dapat dilihat di Lampiran D.



Gambar 4.3 Normal Probability Plot Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Lengkong

Gambar 4.3 merupakan *normal probability plot* menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Pada Gambar 4.3 terlihat bahwa sebaran data (titik-titik merah) tidak mengikuti garis linier (garis biru) yang berarti bahwa curah hujan tidak mengikuti distribusi normal.

Uji kesesuaian distribusi menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menetapkan hipotesis sebagai berikut.

H_0 : $F_n(y) = F_0(y)$, yang artinya data curah hujan mengikuti distribusi normal.

H_1 : $F_n(y) \neq F_0(y)$, yang artinya data curah hujan tidak mengikuti distribusi normal.

dimana F_n merupakan distribusi frekuensi kumulatif di bawah distribusi teoritis, yaitu distribusi normal dan F_0 merupakan distribusi kumulatif dari data.

2. Menetapkan nilai taraf signifikan sebesar $\alpha=0.05$
3. Menetapkan statistik uji dengan membandingkan p -value dengan taraf signifikan α .
4. Daerah penolakan atau daerah kritis untuk pengujian Kolmogorov-Smirnov adalah H_0 ditolak jika nilai $p - value \leq \alpha$.

Hasil uji Kolmogorov-Smirnov data curah hujan ekstrim bulanan di lima pos hujan yang diamati disajikan dalam Tabel 4.3.

Table 4.3 Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov

Pos Hujan	<i>P-value</i>	Keputusan
Lengkong	0	Tolak H_0
Kertosono	0	Tolak H_0
Bangle	0	Tolak H_0
Tempuran	0,012	Tolak H_0
Lohgawe	0	Tolak H_0

Seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.3, bahwa data curah hujan di lima pos hujan yang diamati memiliki $p\text{-value} < \alpha$ sehingga diambil keputusan tolak H_0 , yang berarti data curah hujan di lima pos hujan yang diamati tidak mengikuti distribusi normal.

Selanjutnya dilakukan pengambilan curah hujan ekstrim menggunakan POT. Langkah awal dalam pengambilan curah hujan ekstrim ini adalah menentukan nilai *threshold* yang dilakukan menggunakan metode MRLP. Penentuan *threshold* harus memperhatikan banyaknya amatan yang melampaui *threshold* dan pendekatan garis yang

konsisten setelah *threshold*. Dalam membuat MRLP digunakan nilai *threshold* dan *mean excess* yang dihitung berdasarkan Persamaan 2.7.

Untuk *threshold* $u = 0$,

$$\begin{aligned}\frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (y_{(i)} - u) &= \frac{1}{53} [(3 - 0) + (5 - 0) + \dots + (466 - 0)] \\ &= 146,9057\end{aligned}$$

Untuk *threshold* $u = 3$,

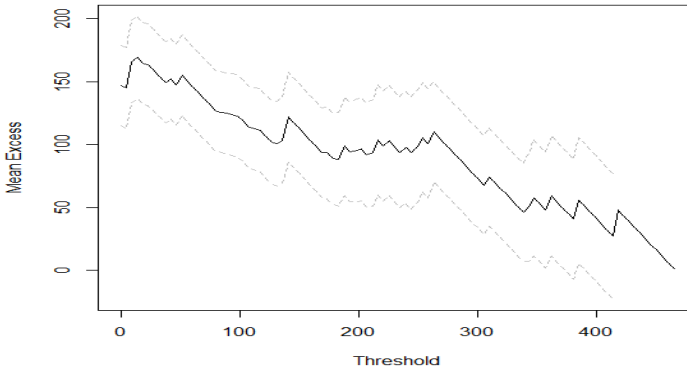
$$\begin{aligned}\frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (y_{(i)} - u) &= \frac{1}{52} [(5 - 3) + (8 - 3) + \dots + (466 - 3)] \\ &= 146,6731\end{aligned}$$

\vdots \vdots

Untuk *threshold* $u = 415$,

$$\frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (y_{(i)} - u) = \frac{1}{1} [466 - 415] = 51 \quad (4.2)$$

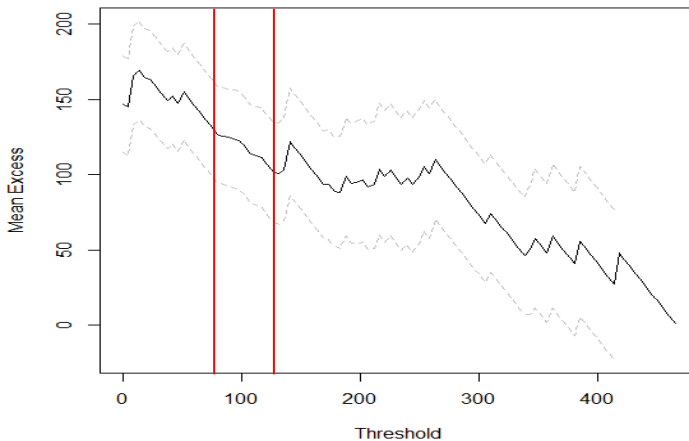
Hasil dari 4.2 dapat divisualisasikan dalam Gambar 4.4. berikut



Gambar 4.4 MRLP Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Lengkong

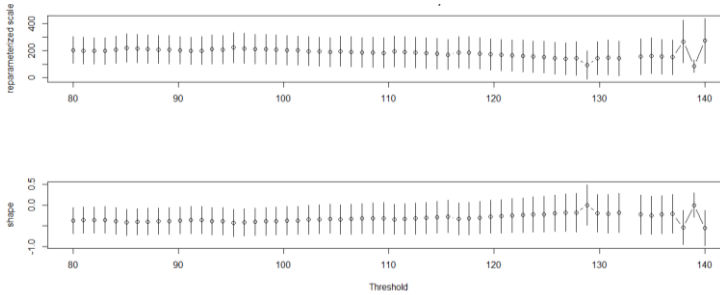
Gambar 4.4 merupakan MRLP curah hujan bulanan Pos Hujan Lengkong. Sumbu- x pada grafik memuat nilai *threshold* yang merupakan curah hujan itu sendiri. Sumbu- y memuat *mean excess* yang dihitung berdasarkan Persamaan 2.7. Gambar 4.4 meunjukkan grafik menurun secara konsisten setelah *threshold* $u \approx 270$, namun hanya ada 7 amatan yang melampaui *threshold*. Selanjutnya pada *threshold* $u \approx 140$, grafik juga menurun secara konsisten dan terdapat 22 data amatan yang melampaui *threshold*. Sehingga $u \approx 140$ dianggap sebagai letak nilai *threshold*.

Langkah selanjutnya adalah menentukan nilai *threshold* dengan memperkecil selang *theshold*. Gambar 4.5 merupakan MRLP Pos Hujan Lengkong dengan mengambil selang *threshold* $u = [80, 137]$.



Gambar 4.5 MRLP Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Lengkong

Selanjutnya membuat *modified scale* dan *shape parameter plot* yang disajikan dalam Gambar 4.6 berikut



Gambar 4.6 *Modified scale dan Shape Parameter Plot* Curah Hujan Pos Hujan Lengkong

Gambar 4.6 menunjukkan hasil estimasi parameter skala (σ) dan parameter bentuk (ξ). Sumbu- x menunjukkan nilai *threshold* dan sumbu- y menunjukkan hasil estimasi parameter skala (σ) dan parameter bentuk (ξ). Gambar 4.6 memberikan informasi bahwa *modified scale* dan *shape parameter plot* cenderung konstan pada selang *threshold* $u = [80, 137]$.

Namun karena nilai yang diperoleh berupa selang dan penentuan suatu nilai *threshold* berdasarkan subjektivitas peneliti, pengambilan *threshold* pada interval tersebut dilakukan menggunakan metode persentil dimana selang *threshold* $u = [80, 137]$ berada pada persentil ke-60 atau 60%, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mengurutkan data terbesar hingga terkecil.
2. Menghitung $100-p$ dari banyak data untuk masing-masing pos hujan. Karena nilai N sama untuk masing-masing pos hujan, sehingga data pada persentil 60% terletak pada urutan k yang sama

$$\begin{aligned}
 k &= (100 - p) \% x N \\
 &= (100 - 60) \% x 60 = 24
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

Pengambilan 60% dari data dikarenakan data yang diidentifikasi sebagai curah hujan ekstrim berada pada selang tersebut.

3. Nilai *threshold* merupakan data yang berada pada urutan ke- $(k+1)$.
4. Selanjutnya data amatan yang tidak teridentifikasi sebagai nilai ekstrim tidak dilakukan dalam analisis selanjutnya dan pengambilan nilai ekstrim dilakukan dengan mengambil data curah hujan yang nilainya di atas *threshold*. Berdasarkan Persamaan 2.3 didapatkan nilai *threshold* $u=137$ dan banyak data amatan yang melebihi nilai *threshold* $u=137$ sebanyak 22 data amatan. Pengambilan curah hujan ekstrim dengan MRLP dan metode persentil untuk empat pos hujan lain yang diamati disajikan di Lampiran E dan didapatkan *threshold* untuk masing-masing pos hujan lainnya yang disajikan dalam Tabel 4.4.

Table 4.4 Nilai *Threshold*

Pos Hujan	N	u (mm)	n_u
Lengkong	60	137	22
Kertosono	60	130	24
Bangle	60	148	23
Tempuran	60	153	24
Lohgawe	60	143	24

Keterangan:

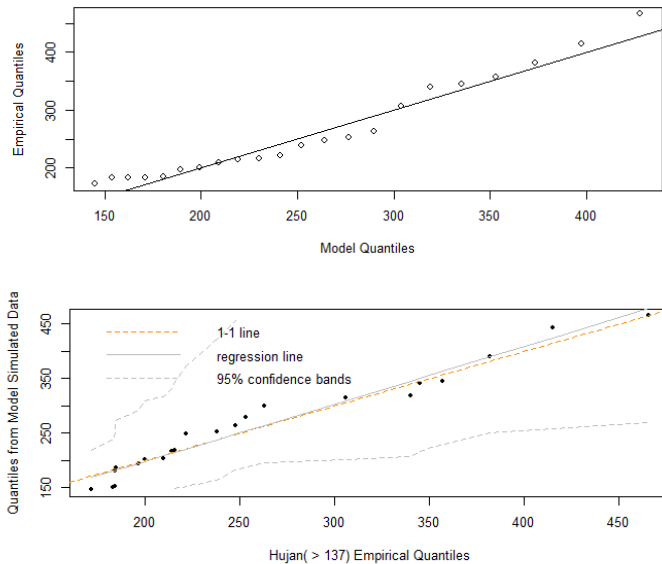
N = Banyak Pengamatan u = Nilai *Threshold*

n_u = Banyak Sampel Ekstrim

Tabel 4.4 memberikan informasi mengenai banyak pengamatan, nilai *threshold*, dan banyak sampel ekstrim untuk masing-masing pos hujan yang diamati. Nilai *threshold* paling tinggi terdapat di pos hujan Tempuran, yaitu sebesar 153 mm. Hal ini menunjukkan bahwa curah hujan di pos hujan Tempuran relatif tinggi dibandingkan dengan curah hujan di empat pos hujan lain yang diamati.

Selanjutnya dilakukan pemeriksaan kesesuaian distribusi untuk mengetahui adanya kesesuaian distribusi data curah hujan ekstrim dengan distribusi teoritis, yaitu GPD.

Pemeriksaan distribusi secara visual dilakukan dengan menggunakan *probability plot* dan *quantile plot*, sedangkan pengujian formal dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hasil pemeriksaan secara visual curah hujan ekstrim bulanan pos hujan Lengkong disajikan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 *Probability Plot* dan *Quantile Plot* GPD Pos Hujan Lengkong

Berdasarkan Gambar 4.7 diketahui bahwa pada *probability plot* maupun *quantile plot* sebaran titik (data curah hujan ekstrim) mengikuti garis linier, sehingga dapat disimpulkan bahwa data curah hujan ekstrim bulanan mengikuti GPD. Demikian juga dengan curah hujan ekstrim bulanan di empat pos hujan lain yang diamati yang disajikan di Lampiran F secara visual mengikuti GPD.

Selanjutnya dilakukan pemeriksaan kesesuaian distribusi secara formal dengan menggunakan uji *Kolmogorv-Smirnov* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menetapkan hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : F_n(y) = F_0(y)$, yang artinya data curah hujan mengikuti GPD.

$H_1 : F_n(y) \neq F_0(y)$, yang artinya data curah hujan tidak mengikuti GPD.

dimana F_n merupakan distribusi frekuensi kumulatif di bawah distribusi teoritis, yaitu GPD dan F_0 merupakan distribusi kumulatif dari data.

2. Menetapkan nilai taraf signifikan sebesar $\alpha=0.05$
3. Menetapkan statistik uji dengan membandingkan nilai D_{hitung} dengan D_{tabel}
4. Daerah penolakan atau daerah kritis untuk pengujian Kolmogorov-Smirnov adalah H_0 ditolak jika nilai $D_{hitung} > D_{tabel}$.

Tabel 4.6 menunjukkan bahwa semua pos hujan yang diamati memiliki D_{hitung} yang lebih kecil dibandingkan D_α sehingga gagal tolak H_0 dengan kesimpulan semua data curah ekstrim bulanan di lima pos hujan yang diamati mengikuti GPD.

Tabel 4.5 Hasil Uji *Kolmogorov-Smirnov* GPD

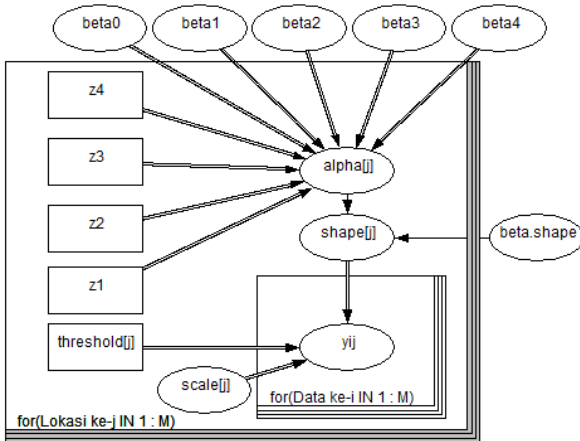
Pos Hujan	n_u	D_{hitung}	D_{α, n_u}	Keputusan
Lengkong	22	0.183	0.281	Gagal Tolak H_0
Kertosono	24	0.218	0.269	Gagal Tolak H_0
Bangle	23	0.152	0.275	Gagal Tolak H_1
Tempuran	24	0.129	0.269	Gagal Tolak H_2
Lohgawe	24	0.171	0.275	Gagal Tolak H_3

Keterangan:

n_u = Banyak pengamatan yang melebihi *threshold*

4.2 Estimasi Parameter GPD dan Prediksi *Return Level*

Estimasi parameter GPD di lima pos hujan di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk dilakukan menggunakan Metode Bayesian Hirarki. Estimasi parameter GPD dengan pendekatan Bayesian dimulai dengan tahap pembentukan struktur parameter berdasarkan bentuk fungsi rangkaian variabel bebas yang dianggap mempengaruhi parameter GPD. Visualisasi model dilakukan dengan *Directed Acyclic Graph* (DAG). DAG memberikan gambaran mengenai hubungan antara data yang digunakan, parameter model, dan distribusi posterior yang dinyatakan dengan *node*. Model grafik tersebut menunjukkan struktur hirarki model. Berikut DAG MBH dua tingkat untuk data curah hujan ekstrim di lima pos hujan yang diamati.



Gambar 4.8 DAG MBH Dua Tingkat Data Curah Hujan Ekstrim

Gambar 4.8 menunjukkan bahwa y_{ij} merupakan data curah hujan ekstrim pengamatan ke- i untuk setiap pos hujan j . Berdasarkan hasil pengujian kesesuaian distribusi, curah hujan ekstrim di setiap pos hujan yang diamati (y_{ij}) berdistribusi GPD dengan tiga parameter, yaitu u , σ , dan ξ . Sehingga himpunan parameter GPD tingkat pertama untuk

setiap pos hujan ke- j dapat ditulis sebagai $\theta = (u_j, \sigma_j, \xi_j)$. Nilai parameter u untuk setiap pos hujan yang diamati adalah sama dengan nilai *threshold*, sedangkan nilai σ dan ξ berbeda-beda di setiap pos hujan yang diamati. Nilai parameter ξ merupakan parameter yang menyatakan bentuk ekor distribusi GPD, sehingga nilai ξ dapat menjelaskan pola perilaku pengamatan ekstrim di setiap pos hujan yang diamati. Nilai parameter ξ dianggap dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti z_{1j} (*longitude* atau lokasi berdasarkan garis bujur), z_{2j} (*latitude* atau lokasi berdasarkan garis lintang), z_{3j} (*elevasi* atau ketinggian), dan z_{4j} (luas jangkauan pos hujan). Dengan demikian, parameter ξ memiliki himpunan parameter γ_{ξ_j} , $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$, dan β_4 sebagai *hyperparameter* pada tingkat kedua, yang merupakan parameter distribusi prior ξ dan parameter regresi dari parameter prior ξ .

Pada penulisan Tugas Akhir ini penentuan distribusi prior menggunakan prior *conjugat* atau prior sekawan, yaitu distribusi prior yang digunakan masih dalam satu keluarga distribusi dengan distribusi *likelihood* data yang didapat. Berikut langkah-langkah dalam estimasi parameter GPD dengan Metode Bayesian Hirarki:

4.2.1 Penentuan Fungsi *Likelihood*

Fungsi *likelihood* data curah hujan ekstrim yang didapat dengan pendekatan POT memiliki distribusi yang mendekati GPD yang disajikan pada Persamaan 2.11.

4.2.2 Penentuan Distribusi Prior *Conjugat* GPD

Seperti telah dijelaskan sebelumnya, bahwa penentuan distribusi prior menggunakan prior *conjugat* atau prior sekawan. Berdasarkan fungsi *likelihood* yang telah didapat dari Persamaan 2.11 diketahui bahwa distribusi prior untuk nilai $\xi \neq 0$ memiliki pola distribusi Pareto yang masih dalam

satu keluarga dengan GPD berdasarkan Persamaan 2.3. Prior *conjugat* untuk Parameter Skala (σ)

$$f(\sigma) = \frac{\alpha_{\sigma_j} \beta_{\sigma_j}^{\alpha_{\sigma_j}}}{\sigma^{\alpha_{\sigma_j}+1}} \quad (4.4)$$

dan prior *conjugat* untuk Parameter Bentuk (ξ)

$$f(\xi) = \frac{\alpha_{\xi_j} \beta_{\xi_j}^{\alpha_{\xi_j}}}{\xi^{\alpha_{\xi_j}+1}} \quad (4.5)$$

dimana $\gamma = (\alpha_{\xi_j}, \beta_{\xi_j})$ merupakan *hyperparameter* dari distribusi pareto distribusi prior Parameter Bentuk (ξ). *Hyperparameter* α_{ξ_j} dinyatakan sebagai bentuk persamaan regresi dari parameter regresi $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ dan variabel $z_{1j}, z_{2j}, z_{3j}, z_{4j}$ yang dianggap mempengaruhi ξ , dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\alpha_{\xi_j} = \beta_0 + \beta_1 z_{1j} + \beta_2 z_{2j} + \beta_3 z_{3j} + \beta_4 z_{4j} \quad (4.6)$$

dengan parameter regresi yang juga memiliki distribusi yang *conjugat* dengan fungsi likelihoodnya:

$$f(\beta_0) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{(\beta_0)^{\alpha+1}}$$

$$f(\beta_1) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{(\beta_1)^{\alpha+1}}$$

$$f(\beta_2) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{(\beta_2)^{\alpha+1}}$$

$$f(\beta_3) = \frac{\alpha \beta^\alpha}{(\beta_3)^{\alpha+1}}$$

$$f(\beta_4) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_4)^{\alpha+1}} \quad (4.7)$$

dengan menstutitusikan Persamaan 4.7 ke Persamaan 4.6 diperoleh

$$\begin{aligned} \alpha_{\xi_j} &= \beta_0 + \beta_1 z_{1j} + \beta_2 z_{2j} + \beta_3 z_{3j} + \beta_4 z_{4j} \\ &= \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_1)^{\alpha+1}} z_{1j} + \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_0)^{\alpha+1}} z_{2j} + \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_0)^{\alpha+1}} z_{3j} + \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_0)^{\alpha+1}} z_{4j} \\ &= \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij} \\ &= \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \alpha\beta^\alpha \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij} \\ &= \alpha\beta^\alpha \left[\frac{1}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij} \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

dengan menstutitusikan Persamaan 4.8 ke Persamaan 4.5 diperoleh:

$$\begin{aligned} f(\xi) &= \left[\alpha\beta^\alpha \left[\frac{1}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij} \right] \right] \\ &= \frac{\beta_{\xi_j}^{\alpha\beta^\alpha \left[\frac{1}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij} \right]}}{\xi^{\alpha\beta^\alpha \left[\frac{1}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij} \right] + 1}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.2.3 Penentuan Distribusi Posterior

Proses selanjutnya adalah mmendapatkan distribusi posterior dengan memasukkan fungsi *likelihood* (2.11) dan distribusi prior pada Persamaan 4.4 untuk parameter skala dan Persamaan 4.9 untuk parameter bentuk ke dalam Persamaan 2.14.

i. Distribusi Posterior Parameter Skala (σ)

Dengan menstubsitusikan Persamaan 2.11 untuk $\xi \neq 0$ dan Persamaan 4.4 ke dalam Persamaan 2.14 menghasilkan:

$$\begin{aligned}
 f(\sigma_j | y) &= \frac{f(\sigma_j, y)}{f(y)} \\
 &= \frac{\frac{1}{\sigma_j^{\alpha+1+\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma_j y_i^{-1}}{\xi}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1}}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_j^{\alpha+1+\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma_j y_i^{-1}}{\xi}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1} d\sigma} \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

ii. Distribusi Posterior Parameter Bentuk (ξ)

Dengan menstubsitusikan Persamaan 4.7 ke dalam Persamaan 2.12 menghasilkan:

$$\begin{aligned}
 f(\xi_j | y) &= \frac{\prod_{i=1}^n \left(y_i + \frac{\sigma}{\xi}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \frac{\xi^{-n-\frac{n}{\xi}}}{\xi^{\alpha\beta^\alpha \left[\frac{1}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij}\right] + 1}}}{\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n \left(y_i + \frac{\sigma}{\xi}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \frac{\xi^{-n-\frac{n}{\xi}}}{\xi^{\alpha\beta^\alpha \left[\frac{1}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij}\right] + 1}} d\xi}
 \end{aligned}$$

dengan memisalkan

$$K_1 = \alpha \beta^\alpha \left[\frac{1}{(\beta_0)^{\alpha+1}} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(\beta_i)^{\alpha+1}} z_{ij} \right] + 1$$

diperoleh

$$\begin{aligned}
 f(\xi_j | y) &= \frac{\frac{\xi^{-n-\frac{n}{\xi}}}{\xi^{K_1}} \prod_{i=1}^n \left(y_i + \frac{\sigma}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1}}{\frac{\xi^{-n-\frac{n}{\xi}}}{\xi^{K_1}} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n \left(y_i + \frac{\sigma}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} d\xi} \\
 &= \frac{\frac{1}{\xi^{K_1+n+\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma y_i^{-1}}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1}}{\frac{1}{\xi^{K_1+n+\frac{n}{\xi}}} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma y_i^{-1}}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} d\xi} \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

4.2.4 Estimasi Parameter GPD

Distribusi posterior yang diperoleh digunakan untuk estimasi parameter. Estimasi parameter merupakan ekspektasi dari distribusi posterior yang diperoleh. Persamaan berikut merupakan rumus dari ekspektasi suatu parameter

$$E(\theta | y) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta f(\theta | y) d\theta \quad (4.12)$$

Berikut estimasi masing-masing parameter skala dan parameter bentuk:

i. Estimasi Parameter Parameter Skala (σ)

Estimasi parameter skala (σ) diperoleh dengan menstutbutisikan Persamaan 4.10 ke dalam Persamaan 4.12, diperoleh:

$$\begin{aligned}
 E(\sigma_j | y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sigma f(\sigma_j | y) d\sigma \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \sigma \frac{\frac{1}{\sigma_j^{\alpha+1-\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(y_i + \frac{\sigma_j}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1}}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_j^{\alpha+1-\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(y_i + \frac{\sigma_j}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} d\sigma} d\sigma \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \sigma \frac{\frac{1}{\sigma_j^{\alpha+1-\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma_j y_i^{-1}}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1}}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_j^{\alpha+1-\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma_j y_i^{-1}}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} d\sigma} d\sigma
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

ii. Estimasi Parameter Parameter Bentuk (ξ)

Dengan menstutbutisikan Persamaan 4.11 ke dalam Persamaan 4.12, diperoleh:

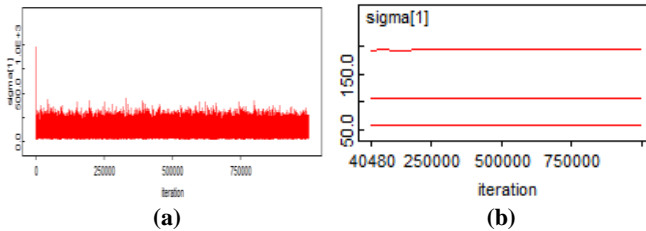
$$\begin{aligned}
 E(\xi_j | y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \xi f(\xi_j | y) d\xi \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \xi \frac{\frac{1}{\xi^{K_1+n+\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma y_i^{-1}}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1}}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\xi^{K_1+n+\frac{n}{\xi}}} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\sigma y_i^{-1}}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\xi}-1} d\xi} d\xi
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Pada persamaan hasil estimasi parameter, yaitu Persamaan 4.13 dan 4.14 diperoleh model kompleks dan berdimensi tinggi yang membuat tidak dapat diuraikan dengan perhitungan secara analitik, maka proses dilakukan secara numerik menggunakan bantuan *software OpenBUGS*. Algoritma penyelesaian dengan *gibs sampling* menggunakan *software OpenBUGS* adalah sebagai berikut:

1. Menentukan parameter distribusi posterior yang akan diestimasi ($\xi = \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_j$, $\sigma = \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_j$, dan $\beta = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$)
2. Menentukan nilai awal $\xi^{(0)}$, $\sigma^{(0)}$, dan $\beta^{(0)}$
3. Untuk $1, 2, \dots, T$ ulangi langkah-langkah berikut:
 - a. Menentukan $\xi = \xi^{(t-1)}$
 - b. Untuk $t = 1$ perbarui ξ_j dari $\xi_j \sim f(\xi_j, \xi_j)$. Proses lengkapnya diuraikan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 &\xi_1^{(t)} \text{ dari } f(\xi_1 \mid \xi_1^{(t-1)}, \xi_2^{(t-1)}, \dots, \xi_n^{(t-1)}) \\
 &\xi_2^{(t)} \text{ dari } f(\xi_2 \mid \xi_1^{(t)}, \xi_3^{(t-1)}, \dots, \xi_n^{(t-1)}) \\
 &\xi_3^{(t)} \text{ dari } f(\xi_3 \mid \xi_1^{(t)}, \xi_2^{(t)}, \dots, \xi_n^{(t-1)}) \\
 &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 &\xi_n^{(t)} \text{ dari } f(\xi_n \mid \xi_1^{(t)}, \xi_2^{(t)}, \dots, \xi_{n-1}^{(t-1)})
 \end{aligned} \tag{4.15}$$
 - c. Membentuk $\xi^{(t)}$ dan menyimpan sebagai himpunan yang dibangkitkan
 - d. Dilakukan langkah (a) sampai dengan (c) untuk parameter σ dan β .

Pada penulisan Tugas Akhir ini prosedur MCMC dilakukan sebanyak 1.000.000 iterasi untuk mendapatkan sampel parameter dari distribusi posterior. Setelah pengambilan sampel dilakukan, maka dilakukan diagnosa untuk mengetahui kesesuaian hasil estimasi dengan sifat-sifat *Markov Chain* yang *strongly ergodic* dan konvergen.



Gambar 4.9 Plot Diagnostik Kekonvergenan (a) *Serial Plot*, (b) *Running Qantiles Plot*

Gambar 4.9 (a) menunjukkan pola yang konstan yang bersifat stasioner dan random. Gambar 4.9 (b) menunjukkan bahwa proses pengambilan sampel memenuhi sifat *ergodic mean* dimana nilai yang dihasilkan telah mencapai nilai yang stabil. *Ergodic mean* merupakan rata-rata bergerak dari estimasi distribusi posterior parameter selama proses iterasi berlangsung. Kondisi *equilibrium* atau konvergen telah tercapai karena nilai *ergodic mean* yang diperoleh sudah menunjukkan nilai yang stabil. Gambar 4.9 (a) dan Gambar 4.9 (b) tidak menunjukkan pola tertentu dapat dikatakan bahwa proses iterasi telah mencapai kondisi *equilibrium* atau konvergen.

Selanjutnya dilakukan pengujian parameter hasil estimasi dengan MBH untuk masing-masing parameter. Berikut ini uji hipotesis yang digunakan untuk parameter β_1 , β_2 , β_3 , dan β_4 [10].

1. Menetapkan hipotesis

H_0 : $\beta_i = 0$ yang artinya variabel z_{ij} merupakan penjelas yang tidak signifikan untuk ξ dengan $i = 1, 2, 3, 4$.

H_1 : $\beta_i \neq 0$ yang artinya variabel z_{ij} merupakan penjelas yang signifikan untuk ξ dengan $i = 1, 2, 3, 4$.

2. Menetapkan nilai taraf signifikan sebesar $\alpha=0.05$

3. Menetapkan statistik uji yaitu dengan menghitung nilai 5% dari standar deviasi posterior.
4. Daerah penolakan yaitu jika nilai *MC error* kurang dari 5% dari standar deviasi posterior maka tolak H_0 .

Sedangkan uji hipotesis untuk parameter σ untuk masing-masing pos hujan adalah sebagai berikut:

1. Menetapkan hipotesis

$H_0 : \sigma_j = 0$ yang artinya parameter skala pada lokasi ke- j yang diperoleh tidak signifikan untuk digunakan.

$H_1 : \sigma_j \neq 0$ yang artinya parameter skala pada lokasi ke- j yang diperoleh signifikan untuk digunakan.

2. Menetapkan nilai taraf signifikan sebesar $\alpha=0.05$
3. Menetapkan statistik uji yaitu dengan menghitung nilai 5% dari standar deviasi posterior.

4. Daerah penolakan yaitu jika nilai *MC error* kurang dari 5% dari standar deviasi posterior maka tolak H_0 .

Berlaku pula untuk hipotesis parameter ξ . Dengan uji hipotesis parameter ξ sebagai berikut:

$H_0 : \xi_j = 0$ yang artinya parameter bentuk pada lokasi ke- j yang diperoleh tidak signifikan untuk digunakan.

$H_1 : \xi_j \neq 0$ yang artinya parameter bentuk pada lokasi ke- j yang diperoleh signifikan untuk digunakan.

Dimana $j = 1, 2, 3, 4, 5$ dengan keterangan sebagai berikut:

Tabel 4.6 Pos Hujan

No	Pos Hujan
1	Lengkong
2	Kertosono
3	Bangle
4	Tempuran
5	Lohgawe

Hasil estimasi parameter yang diperoleh menggunakan MBH disajikan dalam Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Estimasi Parameter GPD dengan MBH

Parameter	Rata-Rata	SD	MC Error	2,5 %	Median	97,5 %
$\hat{\beta}_0$	6,918	9,152	0,226	2,05	3,78	34,99
$\hat{\beta}_1$	13,980	25,820	0,762	2,08	5,97	85,79
$\hat{\beta}_2$	18,330	26,550	0,720	5,09	9,65	87,76
$\hat{\beta}_3$	4,398	8,108	0,215	1,02	1,95	24,93
$\hat{\beta}_4$	5,111	13,710	0,391	1,02	1,93	31,25
$\hat{\xi}_1$	1,001	0,001	0,000	1,00	1,00	1,00
$\hat{\xi}_2$	1,001	0,001	0,000	1,00	1,00	1,00
$\hat{\xi}_3$	1,001	0,001	0,000	1,00	1,00	1,00
$\hat{\xi}_4$	1,001	0,001	0,000	1,00	1,00	1,00
$\hat{\xi}_5$	1,001	0,001	0,000	1,00	1,00	1,00
$\hat{\sigma}_1$	110,900	35,550	0,042	57,03	105,70	194,80
$\hat{\sigma}_2$	114,100	36,970	0,043	58,16	108,70	201,60
$\hat{\sigma}_3$	94,590	31,280	0,038	47,56	89,87	168,70
$\hat{\sigma}_4$	97,870	32,760	0,038	48,80	92,89	175,70
$\hat{\sigma}_5$	105,400	35,100	0,042	52,69	100,10	188,80

Tabel 4.7 memberikan informasi bahwa hasil estimasi parameter dari parameter regresi $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$, dan $\hat{\beta}_4$ menunjukkan hasil yang baik karena nilai MC error lebih kecil dari 5% standar deviasi hasil estimasi parameter tersebut sehingga berpengaruh signifikan terhadap parameter ξ . Hal ini menunjukkan bahwa nilai ξ untuk masing-masing pos hujan dipengaruhi oleh faktor z_{1j}, z_{2j}, z_{3j} , dan z_{4j} . Hasil estimasi parameter skala ($\hat{\sigma}$) dan hasil estimasi parameter bentuk ($\hat{\xi}$) di masing-masing pos hujan menunjukkan hasil

yang baik juga karena nilai MC error lebih kecil dari 5% standar deviasi hasil estimasi parameter tersebut.

4.2.5 Penentuan *Return Level*

Nilai estimasi parameter yang diperoleh dengan MBH digunakan untuk menghitung prediksi nilai *return level*. Berdasarkan Persamaan 2.22 maka diperoleh nilai *return level* yang disajikan dalam pada Tabel 4.8 sebagai berikut.

Tabel 4.8 Prediksi *Return Level*

Pos Hujan	u	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	<i>Return Level</i>		
				1 tahun	3 tahun	5 tahun
Lengkong	137	110,9	1,001	66,79	148,09	229,45
Kertosono	130	114,1	1,001	61,56	152,82	244,14
Bangle	148	94,59	1,001	89,69	162,19	234,73
Tempuran	153	97,87	1,001	94,30	172,57	250,90
Lohgawe	143	105,4	1,001	79,78	164,08	248,44

Tabel 4.8 memberikan informasi mengenai *return level*, yaitu suatu level kejadian ekstrem yang akan terlampaui rata-rata sekali dalam suatu periode waktu tertentu dimana probabilitas terjadinya sebesar $1/T$. Berdasarkan data yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah data curah hujan bulanan pada tahun 2016 maka nilai *return level* Pos Hujan Lengkong pada periode satu tahun ke depan atau pada tahun 2017 adalah sebesar 66,79 mm. Hal ini menunjukkan bahwa pada tahun 2017 terdapat kemungkinan sebesar $1/1$ atau dapat dipastikan terjadi curah hujan yang melebihi level 66,79 mm rata-rata satu kali pada periode satu tahun. Namun curah hujan sebesar 66,79 mm bukanlah

tergolong curah hujan ekstrim jika dibandingkan dengan tahun sebelumnya.

Pada periode tiga tahun atau pada tahun 2019 terdapat kemungkinan sebesar $\frac{1}{3}$ atau 0,33 curah hujan ekstrim yang melebihi level 148,09 mm rata-rata satu kali pada periode lima tahun di Pos Hujan Lengkong.

Pada periode lima tahun atau pada tahun 2021 terdapat kemungkinan sebesar $\frac{1}{5}$ atau 0,2 curah hujan ekstrim yang melebihi level 229,45 mm rata-rata satu kali pada periode lima tahun di Pos Hujan Lengkong.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan serta saran yang diberikan jika penelitian ini ingin dikembangkan.

5.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Curah hujan ekstrim di lima pos hujan di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk yang didapatkan dengan pendekatan POT dengan nilai *threshold* paling kecil berada pada Pos Hujan Kertosono, yaitu sebesar 130 mm dengan jumlah curah hujan ekstrim sebanyak 24 pengamatan. Sedangkan nilai *threshold* paling tinggi berada pada Pos Hujan Tempuran, yaitu sebesar 153 mm dengan jumlah curah ekstrim sebanyak 24 pengamatan.
2. Hasil estimasi parameter GPD menunjukkan bahwa parameter $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$, dan $\hat{\beta}_4$ yang merupakan parameter regresi dari variabel z_{1j}, z_{2j}, z_{3j} , dan z_{4j} berpengaruh signifikan. Hal ini bahwa nilai ξ untuk masing-masing pos hujan dipengaruhi oleh faktor z_{1j}, z_{2j}, z_{3j} , dan z_{4j} . Hasil estimasi parameter skala ($\hat{\sigma}$) dan parameter bentuk (ξ) di masing-masing pos hujan menunjukkan hasil yang baik karena nilai MC error lebih kecil dari 5% dari standar deviasi hasil estimasi parameter tersebut.

Hasil perhitungan nilai *return level* periode satu tahun semua pos hujan yang diamati mempunyai nilai *return level* rendah yang dikategorikan sebagai bukan curah hujan ekstrim jika dibandingkan dengan tahun sebelumnya, periode tiga tahun dan lima tahun semua pos hujan yang diamati mempunyai nilai *return level*

rendah yang dikategorikan sebagai curah hujan ekstrim jika dibandingkan dengan tahun sebelumnya.

Nilai *return level* terbesar untuk semua periode terletak pada Pos Hujan Tempuran yang masing-masing berilai 94,30 mm, 172,57 mm, dan 250,90 mm.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya adalah menambahkan sifat-sifat estimasi yang baik meliputi tidak bias, konsisten, variansi minimum, dan statistika cukup.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Tim Penyusun. (2004). **About Jakarta and Depok**. Depok: Universitas Indonesia.
- [2] Kementrian Pertanian. (2011). **Pedoman Umum Adaptasi Perubahan Iklim Sektor Pertanian**. Jakarta: Badan Penelitian dan Pengembangan Pertanian, Kementrian Pertanian.
- [3] Balai Besar Wilayah Sungai. (2011). **BBWS Brantas**. Surabaya: Balai Besar Wilayah Sungai Brantas.
- [4] Berita Metro. (2016). **Anomali Cuaca Banyak Petani Gagal Panen**. Diakses 15 Januari 2017 dari <http://m.beritametro.news/nganjuk/anomali-cuaca-banyak-petani-gagal-panen>.
- [5] McNeil, A. J. (1999). **Extreme Value Theory for Risk Managers**. Zurich: Department Mathematics ETH Zentrum.
- [6] Fawcett, L., dan Walshaw, D. (2007). *Improved Estimation for Tempally Clustered Extremes*. Environmetrics Vol. 18 Hal. 173-188.
- [7] Utami, E.P.N. (2016). **Model Aditif Terampat Vektor dengan Komponen Utama untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim (Studi Kasus: Indramayu)**. Disertasi: Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor.

- [8] Wahyudi. (2012). **Identifikasi Curah Hujan Ekstrim di Kabupaten Ngawi Menggunakan Generalized Extrem Value dan Generalized Pareto Distribution.** Tugas Akhir S1: Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [9] Cooley, dkk. (2007). *Bayesian Spatial Modeling of Extreme Precipitation Return Levels.* Journals of the American Assosiation Vol. 102, No. 47, 824-840.
- [10] Hanugraheni, J.S.I dan Irawan, N. (2016). **Pemodelan Bayesian Hirarki Data Curah Hujan Ekstrim di Jakarta.** Tugas Akhir S1: Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [11] World Meteorologi Organization. (2004). **Guidlines on te Role, Operation, and Management of National Hydrodinamical Services.** Operation Hydrology Report No. 49. Geneva: World Meteorological Organization.
- [12] Handoko. (1994). **Klimatoloi Dasar.** Jakarta: Pustaka Jaya.
- [13] Supriatna, J. (2008). **Diktat Diklat Meteorologi Publik.** Jakarta: BMKG.
- [14] Coles, S. (2001). **An introduction to Statistical Modelling of Extreme Value.** London: Springer Verlag.

- [15] Gilli, M. dan Kellezi, E. (2003). **An Application of Extreme Value Theory for Measuring Risk**. Amsterdam: Elsevier Science.
- [16] Siegel, S. (1992). **Statistik Non-Parametrik untuk Ilmu-Ilmu Sosial**. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- [17] Hukammah, F. (2009). **Kajian Ekspektasi Estimasi Bayesian dan Hirarki Estimasi Bayesian untuk Estimasi Laju Kerusakan**. Tugas Akhir S1: Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [18] Ntzoufras, Ioannis. (2009). **Bayesian Modeling Using WinBugs**. Canada: John Wiley dan Sons, Inc.
- [19] Amran. (2015). **Pemodelan Pengamatan Ekstrem Spasial Non Stasioner Menggunakan Bayesian Hirarki**. Disertasi: Jurusan Statistik, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

LAMPIRAN

Lampiran A. Data Curah Hujan Bulanan Lima Pos Hujan

a. Data Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Lengkong

Tahun	Bulan	Hujan	Tahun	Bulan	Hujan
2012	1	382	2014	8	8
2012	2	184	2014	9	137
2012	3	95	2014	10	8,67
2012	4	93	2014	11	39
2012	5	110	2014	12	306
2012	6	14	2015	1	0
2012	7	49,33	2015	2	0
2012	8	8	2015	3	0
2012	9	137	2015	4	0
2012	10	23	2015	5	85
2012	11	129	2015	6	0
2012	12	183	2015	7	49,33
2013	1	466	2015	8	8
2013	2	134	2015	9	137
2013	3	357	2015	10	8,67
2013	4	238	2015	11	0
2013	5	133	2015	12	216
2013	6	210	2016	1	248
2013	7	51	2016	2	415
2013	8	8	2016	3	345
2013	9	137	2016	4	172
2013	10	3	2016	5	200
2013	11	184	2016	6	116
2013	12	340	2016	7	84
2014	1	222	2016	8	8
2014	2	185	2016	9	137
2014	3	197	2016	10	0
2014	4	214	2016	11	263
2014	5	38	2016	12	253
2014	6	5			
2014	7	13			

Lampiran A. Lanjutan**b. Data Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Kertosono**

Tahun	Bulan	Hujan	Tahun	Bulan	Hujan
2012	1	386	2014	8	32
2012	2	36	2014	9	201
2012	3	72	2014	10	15
2012	4	55	2014	11	108
2012	5	49	2014	12	255
2012	6	118	2015	1	0
2012	7	65,67	2015	2	0
2012	8	32	2015	3	0
2012	9	201	2015	4	0
2012	10	30	2015	5	35
2012	11	91	2015	6	0
2012	12	254	2015	7	65,67
2013	1	468	2015	8	32
2013	2	199	2015	9	201
2013	3	496	2015	10	15
2013	4	291	2015	11	0
2013	5	11	2015	12	285
2013	6	247	2016	1	445
2013	7	73	2016	2	633
2013	8	32	2016	3	541
2013	9	201	2016	4	314
2013	10	15	2016	5	120
2013	11	155	2016	6	109
2013	12	173	2016	7	116
2014	1	249	2016	8	32
2014	2	288	2016	9	201
2014	3	51	2016	10	0
2014	4	86	2016	11	142
2014	5	130	2016	12	231
2014	6	116			
2014	7	8			

Lampiran A. Lanjutan**c. Data Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Bangle**

Tahun	Bulan	Hujan	Tahun	Bulan	Hujan
2012	1	343	2014	8	12
2012	2	222	2014	9	98
2012	3	222	2014	10	15
2012	4	122	2014	11	56
2012	5	111	2014	12	351
2012	6	16	2015	1	0
2012	7	148	2015	2	0
2012	8	12	2015	3	0
2012	9	98	2015	4	0
2012	10	38	2015	5	49
2012	11	166	2015	6	0
2012	12	237	2015	7	148
2013	1	516	2015	8	12
2013	2	119	2015	9	98
2013	3	337	2015	10	15
2013	4	178	2015	11	0
2013	5	153	2015	12	235
2013	6	96	2016	1	315
2013	7	317	2016	2	458
2013	8	12	2016	3	283
2013	9	98	2016	4	124
2013	10	7	2016	5	131
2013	11	229	2016	6	100
2013	12	236	2016	7	103
2014	1	154	2016	8	12
2014	2	152	2016	9	98
2014	3	260	2016	10	0
2014	4	210	2016	11	312
2014	5	58	2016	12	280
2014	6	2			
2014	7	24			

Lampiran A. Lanjutan**d. Data Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Tempuran**

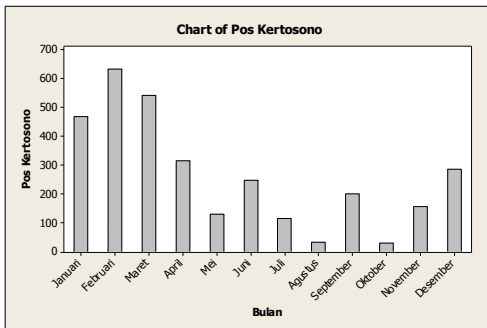
Tahun	Bulan	Hujan	Tahun	Bulan	Hujan
2012	1	365	2014	8	6
2012	2	266	2014	9	153
2012	3	120	2014	10	44,5
2012	4	93	2014	11	83
2012	5	54	2014	12	288
2012	6	37,75	2015	1	0
2012	7	127,67	2015	2	0
2012	8	6	2015	3	0
2012	9	153	2015	4	0
2012	10	89	2015	5	64
2012	11	167	2015	6	0
2012	12	346	2015	7	127,67
2013	1	438	2015	8	6
2013	2	202	2015	9	153
2013	3	471	2015	10	44,5
2013	4	265	2015	11	0
2013	5	158	2015	12	336
2013	6	115	2016	1	220
2013	7	288	2016	2	483
2013	8	6	2016	3	280
2013	9	153	2016	4	60
2013	10	44,5	2016	5	230
2013	11	216	2016	6	16
2013	12	434	2016	7	47
2014	1	219	2016	8	6
2014	2	305	2016	9	153
2014	3	183	2016	10	0
2014	4	251	2016	11	297
2014	5	132	2016	12	396
2014	6	20			
2014	7	48			

Lampiran A. Lanjutan**e. Data Curah Hujan Bulanan Pos Hujan Lohgawe**

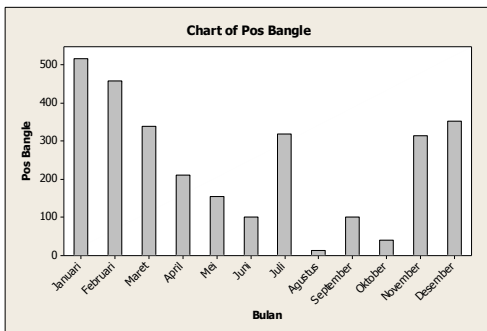
Tahun	Bulan	Hujan	Tahun	Bulan	Hujan
2012	1	418	2014	8	9
2012	2	374	2014	9	143
2012	3	205	2014	10	41,5
2012	4	116	2014	11	108
2012	5	133	2014	12	404
2012	6	24	2015	1	0
2012	7	63	2015	2	0
2012	8	9	2015	3	0
2012	9	143	2015	4	0
2012	10	83	2015	5	120,5
2012	11	209	2015	6	0
2012	12	279	2015	7	63
2013	1	495	2015	8	9
2013	2	184	2015	9	143
2013	3	437	2015	10	41,5
2013	4	241	2015	11	0
2013	5	146	2015	12	239
2013	6	137	2016	1	353
2013	7	32	2016	2	514
2013	8	9	2016	3	285
2013	9	143	2016	4	101
2013	10	41,5	2016	5	129
2013	11	313	2016	6	82
2013	12	243	2016	7	113
2014	1	191	2016	8	9
2014	2	172	2016	9	143
2014	3	334	2016	10	0
2014	4	255	2016	11	279
2014	5	74	2016	12	216
2014	6	2			
2014	7	44			

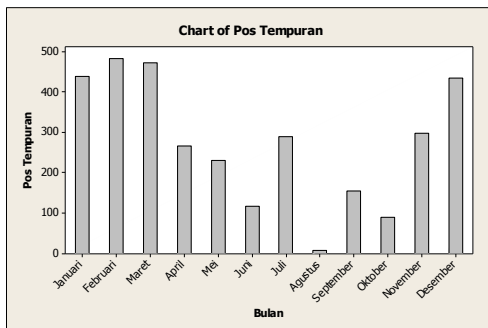
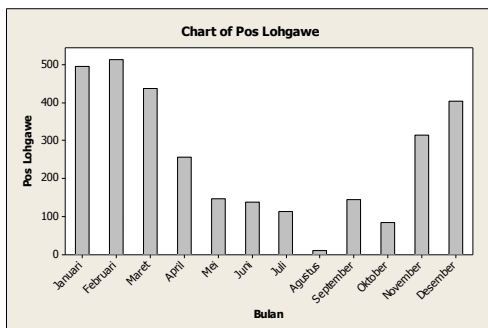
Lampiran B. Pola Curah Hujan di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk

a. Pola Curah Hujan di Pos Hujan Kertosono



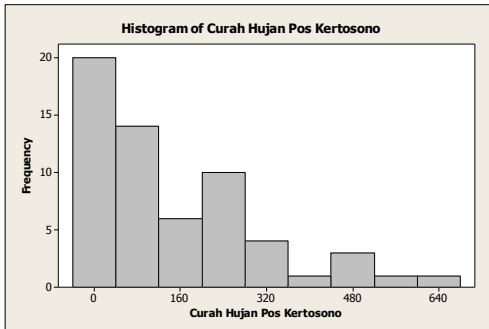
b. Pola Curah Hujan di Pos Hujan Bangle



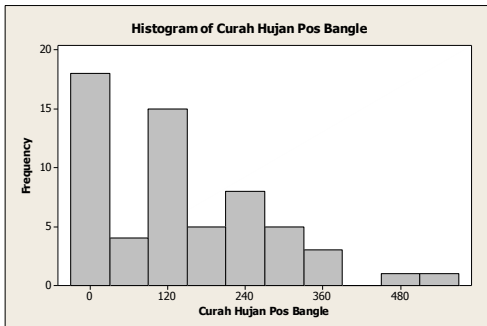
Lampiran B. Lanjutan**c. Pola Curah Hujan di Pos Hujan Tempuran****d. Pola Curah Hujan di Pos Hujan Lohgawe**

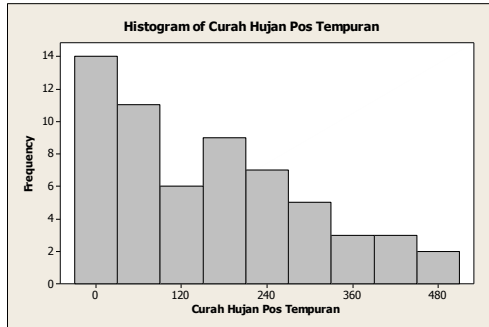
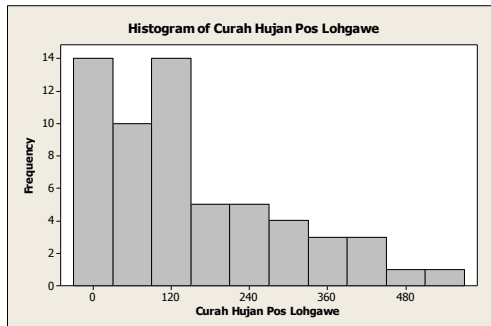
Lampiran C. Histogram Curah Hujan Bulanan di DAS Brantas di Kabupaten Nganjuk

a. Histogram Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Kertosono



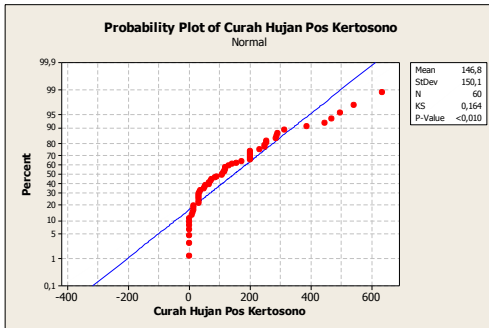
b. Histogram Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Bangle



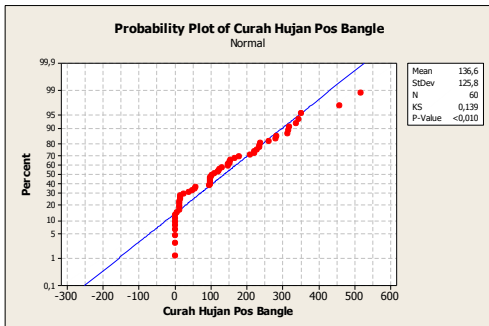
Lampiran C. Lanjutan**c. Histogram Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Tempuran****d. Histogram Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lohgawe**

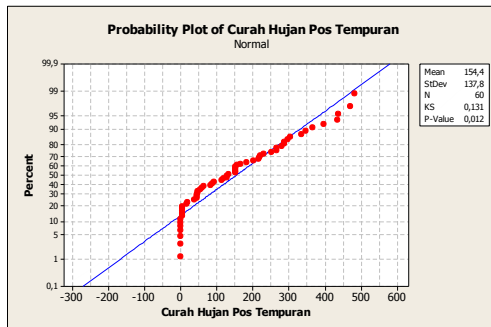
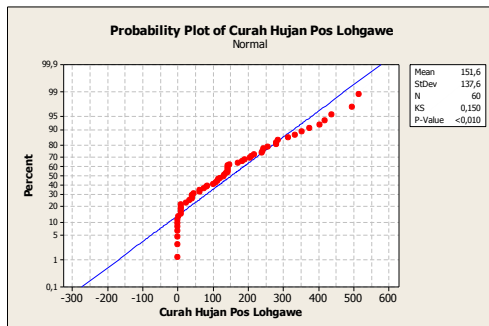
Lampiran D. Normal Probability Plot

- a. *Normal Probability Plot* Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Kertosono



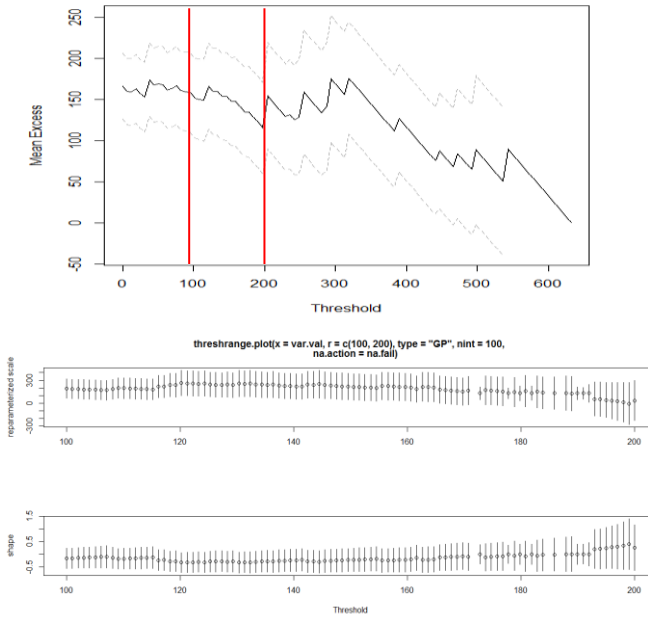
- b. *Normal Probability Plot* Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Bangle



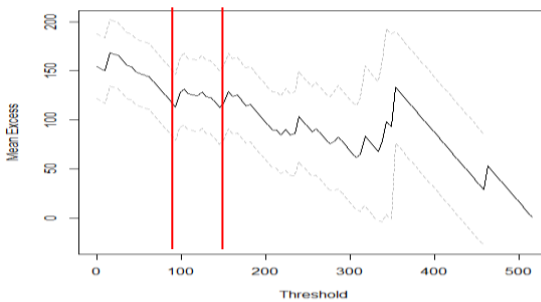
Lampiran D. Lanjutan**c. *Normal Probability Plot* Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Tempuran****d. *Normal Probability Plot* Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lohgawe**

Lampiran E. Mean Residual Life Plot

a. MRLP Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Kertosono

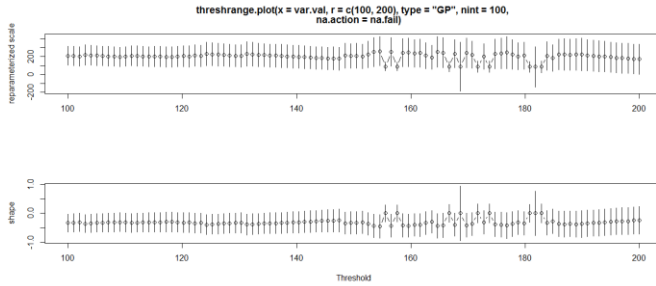


b. MRLP Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Bangle

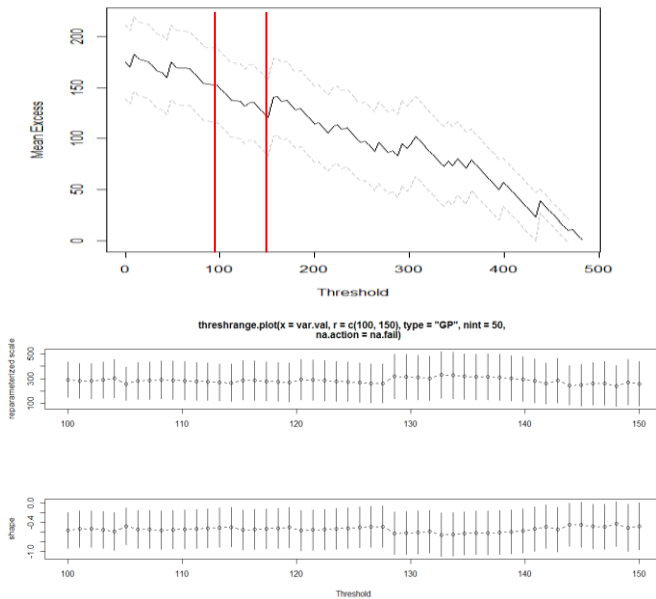


Lampiran E. Lanjutan

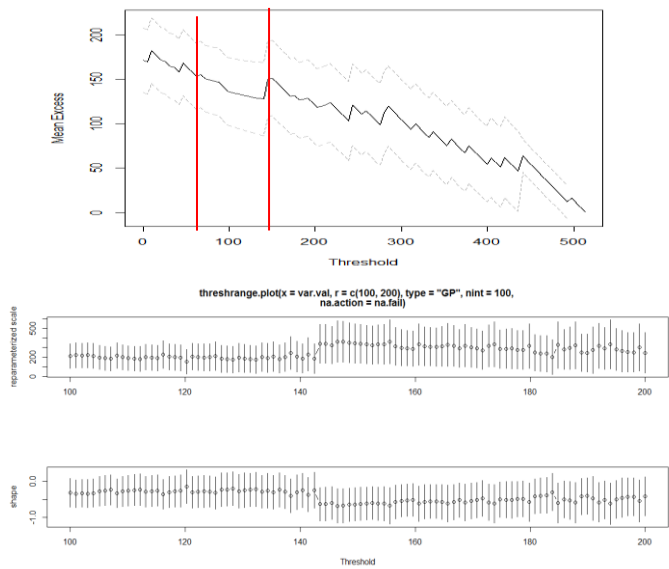
b. MRLP Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Bangle



c. MRLP Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Tempuran

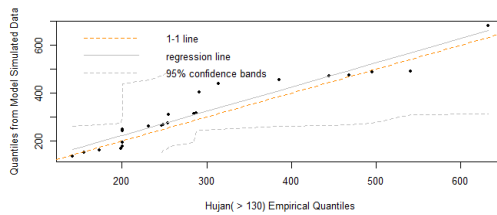
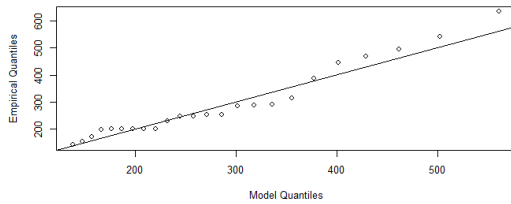


Lampiran E. Lanjutan
d. MRLP Curah Hujan Bulanan di Pos Hujan Lohgawe

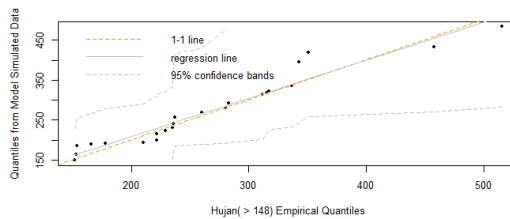
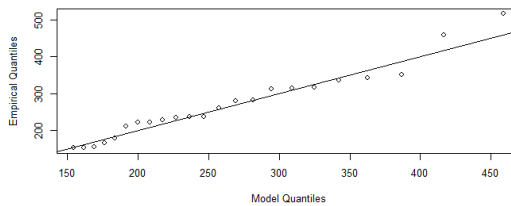


Lampiran F. *Probability Plot* dan *Quantile Plot* GPD

a. *Probability Plot* dan *Quantile Plot* Pos Hujan Kertosono

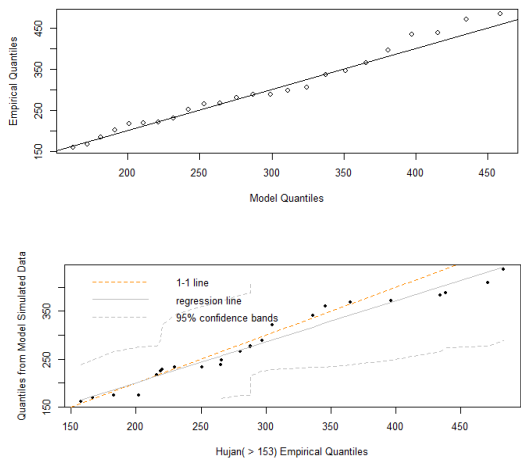


b. *Probability Plot* dan *Quantile Plot* Pos Hujan Bangle

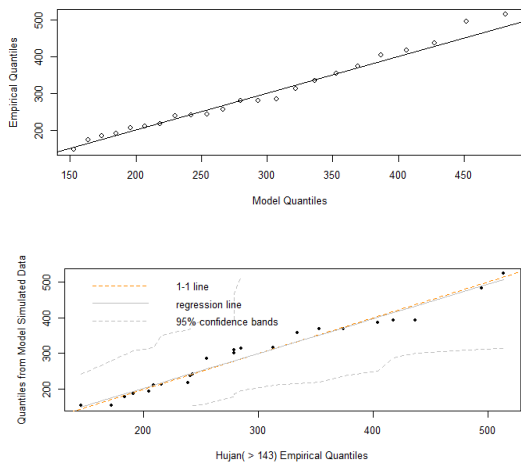


Lampiran F. Lanjutan

c. *Probability Plot dan Quantile Plot* Pos Hujan Tempuran

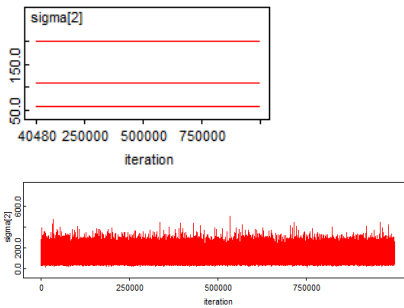


d. *Probability Plot dan Quantile Plot* Pos Hujan Lohgawe

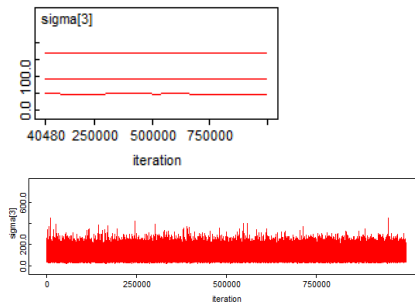


Lampiran G. Plot Diagnostik Kekonvergenan (*Quantile Plot* dan *History*)

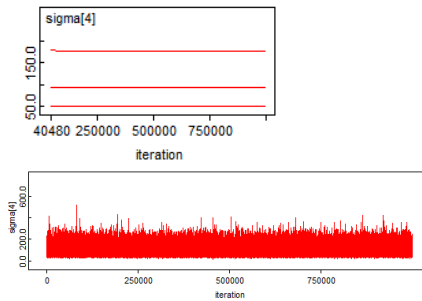
a. Plot Diagnostik Kekonvergenan σ_2

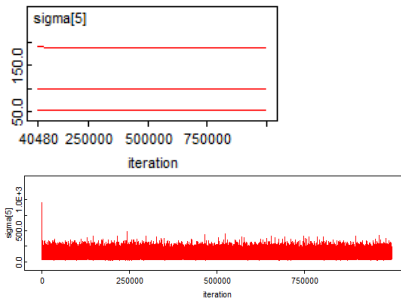
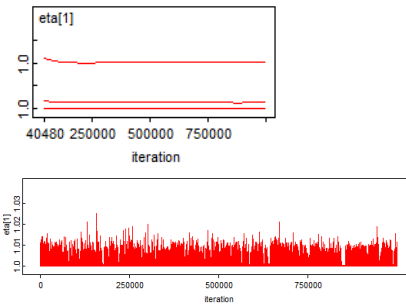
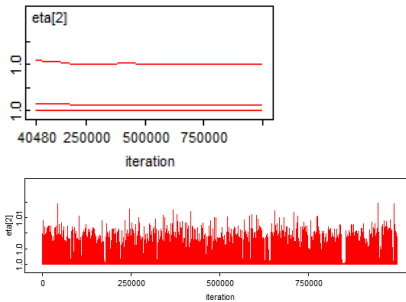


b. Plot Diagnostik Kekonvergenan σ_3



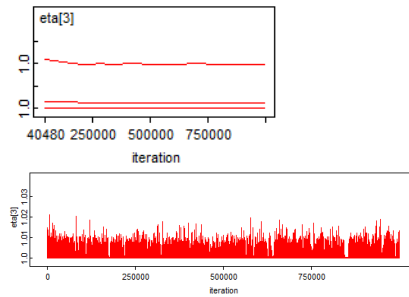
c. Plot Diagnostik Kekonvergenan σ_4



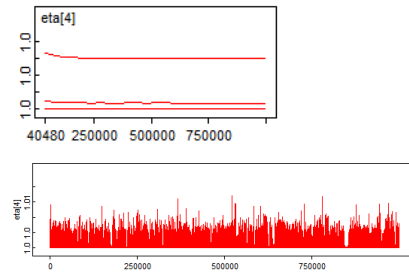
Lampiran G. Lanjutan**d. Plot Diagnostik Kekonvergenan σ_5** **e. Plot Diagnostik Kekonvergenan ξ_1** **f. Plot Diagnostik Kekonvergenan ξ_2** 

Lampiran G. Lanjutan

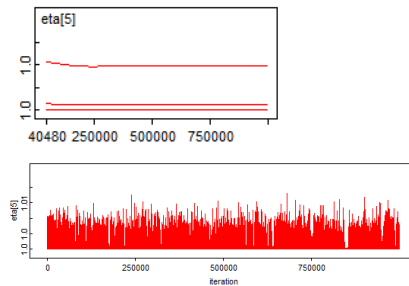
g. Plot Diagnostik Kekonvergenan ξ_3



h. Plot Diagnostik Kekonvergenan ξ_4

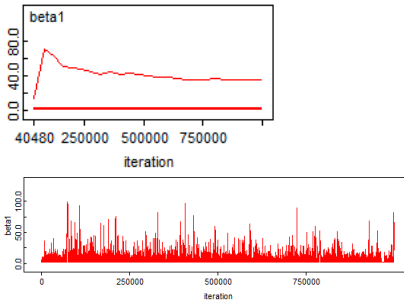


i. Plot Diagnostik Kekonvergenan ξ_5

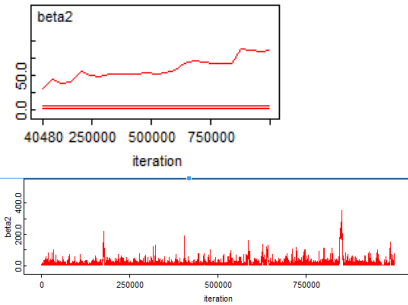


Lampiran G. Lanjutan

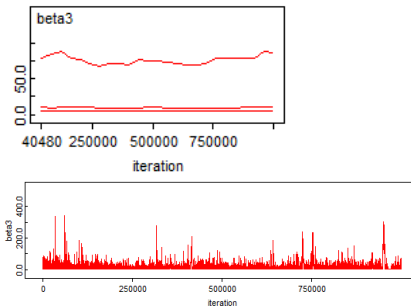
j. Plot Diagnostik Kekonvergenan β_1



k. Plot Diagnostik Kekonvergenan β_2

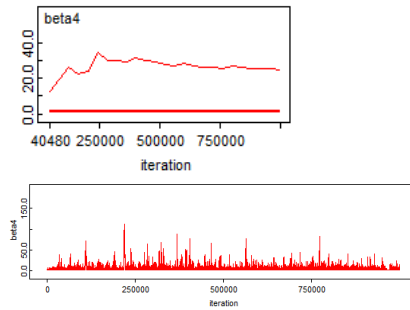


l. Plot Diagnostik Kekonvergenan β_3

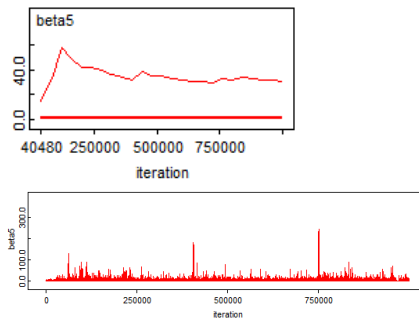


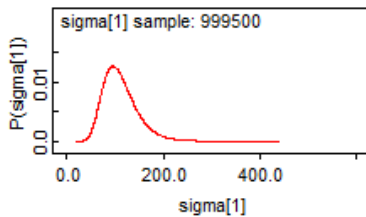
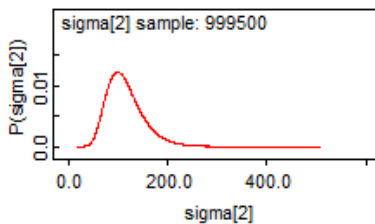
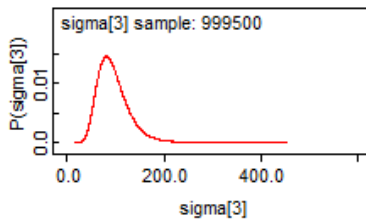
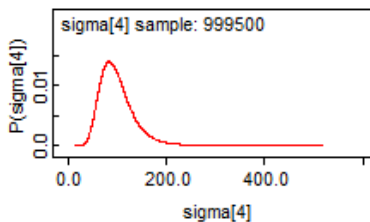
Lampiran G. Lanjutan

m. Plot Diagnostik Kekonvergenan β_4



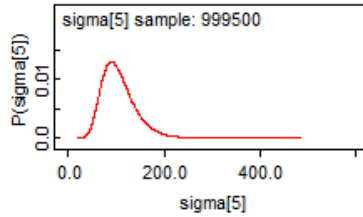
n. Plot Diagnostik Kekonvergenan β_5



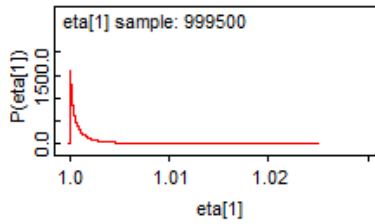
Lampiran H. Density Plota. *Density Plot σ_1* b. *Density Plot σ_2* c. *Density Plot σ_3* d. *Density Plot σ_4* 

Lampiran H. Lanjutan

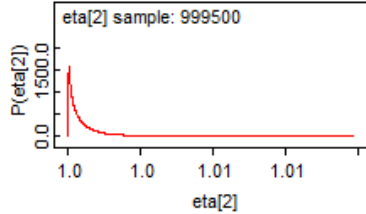
e. *Density Plot σ_5*



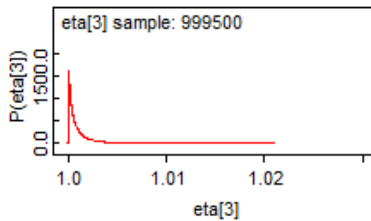
f. *Density Plot ξ_1*

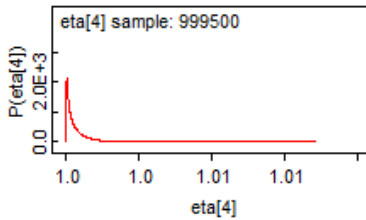
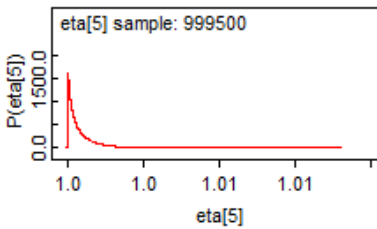
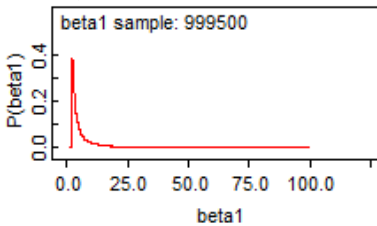
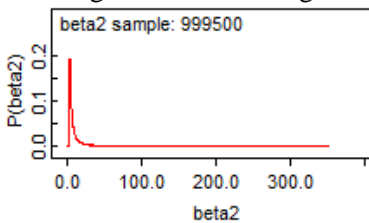


g. *Density Plot ξ_2*



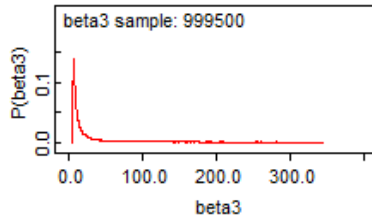
h. *Density Plot ξ_3*



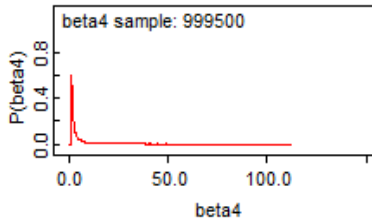
Lampiran H. Lanjutani. *Density Plot ξ_4* j. *Density Plot ξ_5* k. *Density Plot β_1* l. *Plot Diagnostik Kekonvergenan β_2* 

Lampiran H. Lanjutan

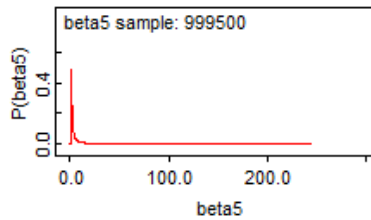
m. *Density Plot β_3*



n. *Density Plot β_4*



o. *Density Plot β_5*



Lampiran I. Syntax Program MBH

```

MODEL{

#untuk shape tidak samadengan 0
#fungsi likelihood
for(j in 1 : N) {
  for (i in 1:M) {
    y[i,j]~dgp(mu[j], sigma[j], eta[j])
  }
  #distribusi prior
  sigma[j]~dpar(1, 1)
  eta[j]~dpar(alpha[j],1)
  alpha[j]<-beta1+beta2*x1[j]+beta3*x2[j]
+beta4*x3[j]+beta5*x4[j]
}
  beta1~dpar(1, 2)
  beta2~dpar(1, 3)
  beta3~dpar(1, 5)
  beta4~dpar(1, 1)
  beta5~dpar(1, 1)
}

INITS
list(sigma=c(0.00, 0.0, 0.00, 0.00, 0.00),
eta=c(0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00),
alpha=c(0.00, 0.00, 0.00, 0.00,0.00),
beta=c(0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00))
DATA
list(x1=c(112.06, 112.07, 112.05, 111.59,
112.04), x2=c(7.31, 7.35, 7.30, 7.26, 7.29),
x3=c(70.0, 71.0, 82.0, 219.0, 85.0), x4=c(5.0,
5.0, 5.0, 5.0), mu=c(137.0, 130.0, 148.0,
153.0, 143.0), N=5,M=24,
y=structure(.Data=c(172.0, 183.0, 184.0, 184.0,
185.0, 197.0, 200.0, 210.0, 214.0, 216.0,
222.0, 238.0, 248.0, 253.0, 263.0, 306.0,
340.0, 345.0, 357.0, 382.0, 415.0, 466.0, NA,
NA, 142.0, 155.0, 173.0, 199.0, 201.0, 201.0,
201.0, 201.0, 201.0, 231.0, 247.0, 249.0,
254.0, 255.0, 285.0, 288.0, 291.0, 314.0,
386.0, 445.0, 468.0, 496.0, 541.0, 633.0,
152.0, 153.0, 154.0, 166.0, 178.0, 210.0,

```

Lampiran I. Lanjutan

```

222.0, 222.0, 229.0, 235.0, 236.0, 237.0,
260.0, 280.0, 283.0, 312.0, 315.0, 317.0,
337.0, 343.0, 351.0, 458.0, 516.0, NA, 158.0,
167.0, 183.0, 202.0, 216.0, 219.0, 220.0,
230.0, 251.0, 265.0, 266.0, 280.0, 288.0,
288.0, 297.0, 305.0, 336.0, 346.0, 365.0,
396.0, 434.0, 438.0, 471.0, 483.0, 146.0,
172.0, 184.0, 191.0, 205.0, 209.0, 216.0,
239.0, 241.0, 243.0, 255.0, 279.0, 279.0,
285.0, 313.0, 334.0, 353.0, 374.0, 404.0,
418.0, 437.0, 495.0, 514.0, NA), .Dim=c(24,5))

```


BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Retno Palupi dan dilahirkan di Kediri, 8 November 1995 dari pasangan Minin dan Hartini. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara. Penulis bertempat tinggal di Dsn. Grojogan Ds. Janti, Kec. Wates, Kab. Kediri. Penulis telah menempuh pendidikan formal mulai dari TK Dharma Wanita 2 Sidomulyo, SDN Sidomulyo 2, MTsN Kediri 2, dan MAN 3 Kediri. Setelah lulus dari SMA/MA, penulis melanjutkan studinya di S1 Jurusan Matematika FMIPA ITS Surabaya tahun 2013. Selama perkuliahan penulis aktif mengikuti kegiatan organisasi di KM ITS, khususnya di Jurusan Matematika ITS. Penulis pernah menjadi Staff Pengabdian Masyarakat HIMATIKA ITS 2014/2015 dan menjadi Sekretaris Departemen *Community Service* HIMATIKA ITS 2015/2016. Pada tahun 2016 penulis melakukan kerja praktek di Badan Pusat Statistik (BPS) Jawa Timur. Segala saran dan kritik yang membangun untuk Tugas Akhir ini serta bagi yang ingin berdiskusi lebih lanjut dengan penulis dapat menghubungi via email dengan alamat rretnoeno@gmail.com.